

## İki eksenli gerilme altındaki kompozit plakalarda dairesel delik çevresindeki gerilme dağılımları

Akın ATAŞ<sup>1,2</sup>, Costas SOUTIS<sup>2</sup>, T.Kerem DEMİRCİOĞLU<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Balıkesir Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Çağış Kampüsü, 10145, Balıkesir

<sup>2</sup>University of Sheffield, Department of Mechanical Engineering, S1 3JD, Sheffield, U.K.

### Özet

*Bu çalışmada, iki eksenli yükleme koşulları altındaki dairesel delikli karbon/epoksi kompozit plakalarda, delik etrafında meydana gelen gerilme dağılımları incelenmiştir. Öncelikle, Filiou ve Soutis [10] tarafından gerilme dağılımı için önerilen yaklaşık çözüm polinomlarının elde edilişi verilmiştir. Daha sonra, sonlu elemanlar yöntemi (FEM) kullanılarak oluşturulan modeller farklı iki eksenli yükleme oranlarıyla ( $\lambda$ ) yüklenerek gerilme dağılımları elde edilmiştir. FEM ve analitik yöntemle elde edilen gerilme dağılımları karşılaştırılmış ve açıklamalar yapılmıştır.*

**Anahtar kelimeler:** Tabakalı kompozit malzemeler, iki eksenli yükleme, gerilme analizi

### Abstract

*In this study, stress distributions around circular holes in carbon/epoxy composite plates under biaxial loading conditions are investigated. At first, the derivation of the approximate polynomial stress distributions developed by Filiou and Soutis is given [10]. Then, the stress distributions are obtained from the finite element models that are subjected to loading at various biaxiality ratios ( $\lambda$ ). The analytical results are compared with the results obtained from FEM and explanations are given*

**Key words:** Layered composite materials, biaxial loading, stress analysis

## 1. Giriş

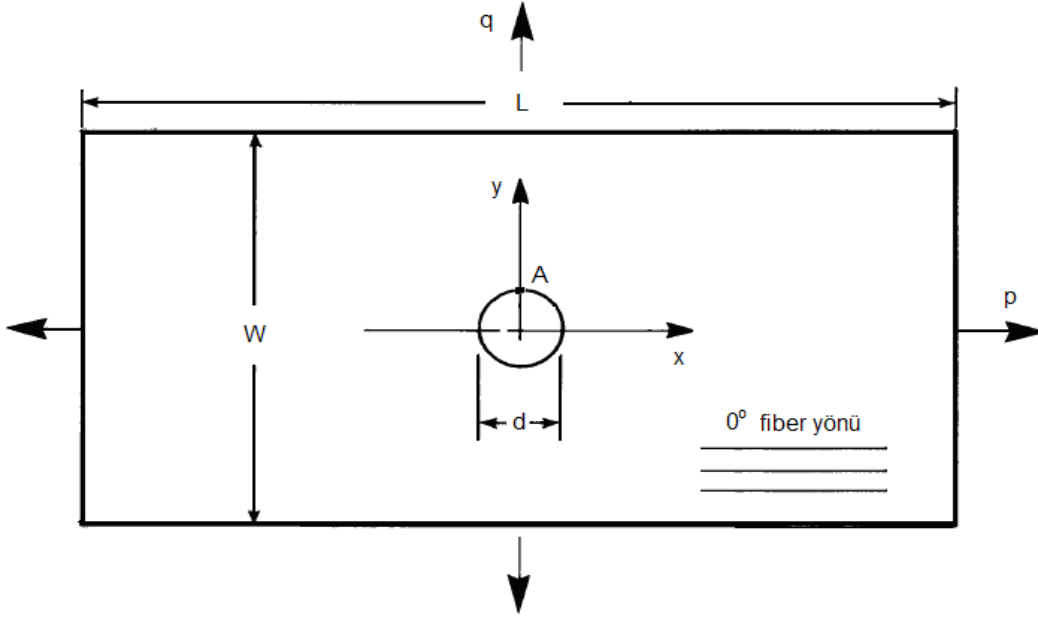
Fiber takviyeli kompozit malzemelerin kullanım alanları günümüzde denizcilik, havacılık ve uzay, otomotiv, demir yolu taşımacılığı gibi hemen her alanda hızlı bir ivmeyle artmaktadır. Diğer bütün yapısal tasarımlarda olduğu gibi kompozit malzemelerin tasarımı da mekanik bağlantılar için pim/civata delikleri gibi yapının yük taşıma kabiliyetini önemli ölçüde azaltan çeşitli gerilme süreksizlikleri içermektedir. Bununla birlikte, gerçek çalışma koşulları altında özellikle uçaklarda kullanılan bütün yapı elemanları aynı anda birden fazla yönde etkiyen gerilmelerin etkisi altında kalmaktadırlar. Bu nedenle, tasarım mühendislerinin bu elemanlarda oluşan ve kompozit malzemelerin anizotropik doğası nedeniyle daha da karmaşık hale gelen gerilme dağılımları konusunda bilgi sahibi olmaları büyük önem taşımaktadır.

Çentikli (delikli) kompozit plakaların gerilme ve hasar analizi son yıllarda yoğun bir şekilde ele alınmıştır. Kompozit plakaların çeki ve bası hasarlarını tanımlayabilmek için gerilme tabanlı çeşitli hasar modelleri ortaya konulmuştur [1-5]. Bu hasar modellerinin uygulanabilmesi için delik kenarındaki gerilme dağılımının bilinmesi gerekmektedir. İki eksenli gerilme altındaki ortotropik kompozit plakalardaki dairesel delik etrafında oluşan gerilme dağılımı Savin [6] ve Lekhnitskii [7] gibi araştırmacıların ortaya koyduğu karmaşık değişken haritalama yaklaşımı (complex variable mapping approach) ile belirlenebilmesine rağmen, bu yöntemin pratik olarak kullanımı oldukça sınırlıdır. Filiou ve Soutis [8-11] bu karmaşık hesaplama yöntemini daha pratik hale getirerek gerilme dağılımını yaklaşık olarak tanımlayabilmek için basit bir polinom geliştirmişlerdir. Bu polinom, Konish ve Whitney'in [12] tek eksenli yükleme durumunda yaklaşık gerilme dağılımı için önermiş oldukları polinomun iki eksenli yükleme hali için geliştirilmiş şeklidir. Elde edilen polinom çeşitli iki eksenli gerilme oranları ( $\lambda$ ) için kullanılabilir.

Problemin tanıtılmasının ardından ilk olarak Filiou ve Soutis [11] tarafından önerilen gerilme dağılımı polinomunun çıkarılışı adım adım açıklanmıştır. Daha sonra sonlu elemanlar modeli detaylı şekilde açıklanarak, nümerik gerilme dağılımları elde edilmiştir. Yapılan karşılaştırma ve yorumlarla çalışma sonlandırılmıştır.

## 2. Problemin tanımı

Çalışmada kullanılan kompozit plaka geometrisi Şekil 1'de görülmektedir. Plaka  $L$  boyunda,  $W$  genişliğinde olup ortasında  $d=5 \text{ mm}$  çapında dairesel delik bulunmaktadır. Plakaya  $x$  ve  $y$  eksenleri doğrultusunda sırasıyla  $p$  ve  $q$  yükleri etki etmektedir. Uygulanan  $p$  ve  $q$  yüklerinin oranları değiştirilerek plaka farklı iki eksenli yükleme oranları ( $\lambda=q/p=-1,-0.5,0.5,1$ ) ile yüklenmiştir.  $\lambda = q/p$  oranlarında  $p$  yükü baskın yük olarak alınmıştır.  $\lambda$  oranının negatif değerleri  $p$  yükünün bası olduğu durumları göstermektedir.



Şekil 1. Kompozit plaka geometrisi

Kullanılan kompozit plakaların tabaka dizimleri ve mekanik özellikleri Tablo1’de görülmektedir. Kompozit plakaların mekanik özellikleri,  $[0^\circ]_{ns}$  tek-eksenli kompozit plakanın mekanik özellikleri kullanılarak laminasyon teorisi ile belirlenmiştir. Tabaka dizilimi ifadelerindeki indis  $n$ , herhangi bir tamsayı olabilir. Kompozit plakaların mekanik özelliklerinin belirlenmesinde laminasyon teorisi kullanıldığı ve plakalar simetrik olduğu için  $n$  indisinin plakalardaki gerilme dağılımı üzerinde bir etkisi bulunmamaktadır. Tablo 1’deki  $E_1$ ,  $E_2$  sırasıyla fiber doğrultusunda ve fibere dik doğrultudaki elastisite modülünü,  $G_{12}$  kayma modülünü ve  $\nu_{12}$  de poisson oranını belirtmektedir.

**Tablo 1** T800/924C Karbon/Epoksi Kompozit Plakaların Mekanik Özellikleri [11]

Malzeme	$E_1$ (GPa)	$E_2$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)	$\nu_{12}$
$[0]_{ns}$	160	10	6	0.34
$[90]_{ns}$	10	160	6	0.02
$[\pm 45]_{ns}$	21.15	21.15	41.10	0.762
$[0/90]_{ns}$	85.48	85.48	6	0.04
$[0/\pm 45/90]_{ns}$	61.61	61.61	23.55	0.308

### 3. Sonsuz boyuttaki delikli ortotropik kompozit malzeme için yaklaşık gerilme dağılımı polinomunun elde edilmesi

Konish ve Whitney [12] izotropik gerilme polinomuna 6. ve 8. dereceden terimleri ekleyerek tek eksenli gerilme altında, sonsuz boyutlardaki kompozit plakada bulunan dairesel delik etrafındaki normal gerilme dağılımı için aşağıda verilen yaklaşık çözümü elde etmişlerdir:

$$\sigma_{xx}^{orth}(0, y)/p = 1 + \frac{1}{2}\xi^{-2} + \frac{3}{2}\xi^{-4} + f(\xi) \quad (1)$$

Buna benzer olarak Şekil 1'deki iki eksenli yükleme durumu için gerilme dağılımı aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\sigma_{xx}^{orth}(0, y)/p = 1 + \frac{(\lambda + 1)}{2}\xi^{-2} + \frac{3(1 - \lambda)}{2}\xi^{-4} + f(\xi) \quad (2)$$

Bu denklemde,

$\xi = y/R$ ,  $R$ = delik çapı,  $\lambda$  = iki eksenli yükleme oranı ( $q/p$ ) ve

$$f(\xi) = a\xi^{-6} + b\xi^{-8} \quad (3)$$

şeklindedir.

Çalışmada kullandığımız plaka geometrisi  $x$  eksenine göre simetrik olduğundan,  $f(\xi)$  da bağımsız değişkenine göre simetrik olmalıdır. Bununla birlikte,  $\xi$ 'nin limitsiz olarak artmasıyla  $f(\xi)$  açıkça görüleceği gibi sıfıra yaklaşacaktır. Bu nedenle, hem izotropik hem de anizotropik gerilme değerleri büyük  $\xi$  değerlerinde ortak bir limite yaklaşacaktır.

$a$  ve  $b$  katsayıları, delik kenarındaki gerilme yığılması faktörlerinin yaklaşık ve tam sonuçla [7] hesaplanması durumunda aynı değeri vermesi ve her iki sonuçtan da elde edilen gerilme dağılımlarının kuvvet bileşenlerinin eşit olması prensipleri ile belirlenmiştir.

İlk aşamada, eşitlik (2) delik kenarına (A noktası) ( $\xi = y/R = 1$ ) göre yazılırsa, aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$K_A^{orth}(0, R) = K_A^{iso} + f(\xi = 1) \quad (4)$$

Burada,  $K_A^{iso} = 3 - \lambda$ . Eşitlik (3), (4) de yerine konulup düzenlendiğinde,

$$a + b \cong K_A^{orth} - (3 - \lambda = [H_A - 1]K_A^{iso}) \quad (5)$$

Burada,  $H_A = \frac{K_A^{orth}}{K_A^{iso}}$ .  $H_A$  parametresi ortotropik etkinin bir ölçüsüdür.

$p$  ve  $q$  yükleri etkisi altındaki bir plakada (Şekil 1) delik kenarında A noktasındaki ortotropik gerilme yığılması faktörü Lekhnitskii [7] tarafından aşağıdaki şekilde verilmektedir:

$$K_A^{orth} = 1 + n - \lambda k \quad (6)$$

$$\text{Burada, } k = \sqrt{\frac{E_{xx}}{E_{yy}}}, n = \sqrt{2 \left( \sqrt{\frac{E_{xx}}{E_{yy}}} - \nu_{xy} \right) + \frac{E_{xx}}{G}} \quad (7)$$

$E$ ,  $G$  ve  $\nu$  kompozit plakanın  $x$ - $y$  koordinat sisteminde elastik sabitleridir.

$a$  ve  $b$  katsayılarının hesaplanmasında ikinci aşama olarak, yaklaşık ve tam sonuçla elde edilen gerilme dağılımlarının kuvvet bileşenlerinin eşit olması prensibi kullanılmıştır:

$$\int_R^\infty \left[ \frac{\sigma_{xx}^{orth}(0, y)}{p} \right] dy = \int_R^\infty \left[ \frac{\sigma_{xx}^{iso}(0, y)}{p} \right] dy + \int_R^\infty f \left( \xi = \frac{y}{R} \right) dy \quad (8)$$

Buna ek olarak, izotropik gerilme dağılımının toplam kuvvetinin, anizotropik gerilme dağılımının bileşke kuvvetine eşit olması gerekir. Bu şekilde her iki gerilmenin bileşkesi uygulanan tek bir yükün bileşkesine eşit olur. Böylece,

$$\int_R^\infty \left[ \frac{\sigma_{xx}^{orth}(0, y)}{p} \right] dy = \int_R^\infty \left[ \frac{\sigma_{xx}^{iso}(0, y)}{p} \right] dy \quad (9)$$

Eşitlik (9), eşitlik (8)'de yerine konulursa, aşağıdaki denklem bulunur:

$$\begin{aligned} \int_R^\infty f \left( \xi = \frac{y}{R} \right) dy = 0 &\Rightarrow \int_1^\infty f(\xi) d\xi = 0 \Rightarrow \int_1^\infty (a\xi^{-6} + b\xi^{-8}) d\xi = 0 \\ &\Rightarrow 7a + 5b = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Eşitlik (5) ve eşitlik (10)'un birlikte çözümleriyle  $f(\xi)$  polinomunun  $a$  ve  $b$  katsayıları bulunabilir.  $x$  eksenindeki yükün baskın olması durumunda Şekil 1'deki iki eksenli yükleme halinde,  $a$  ve  $b$  katsayıları aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\begin{aligned} a &= -\frac{5}{2} [K_A^{orth} - (3 - \lambda)] = -\frac{5}{2} K_A^{iso} [H_A - 1] \\ b &= \frac{7}{2} [K_A^{orth} - (3 - \lambda)] = \frac{7}{2} K_A^{iso} [H_A - 1] \end{aligned} \quad (11)$$

Eşitlik (11), eşitlik (2) ve eşitlik (3) ile birlikte yazıldığında, iki eksenli yükleme altında  $y$  eksenini boyunca oluşan yaklaşık gerilme dağılımını verir ( $y \geq R$ ):

$$\frac{\sigma_{xx}^{orth}(0, y)}{p} \cong 1 + \frac{(\lambda + 1)}{2} \left( \frac{R}{y} \right)^2 + \frac{3(1 - \lambda)}{2} \left( \frac{R}{y} \right)^4 - (3 - \lambda) \frac{[H_A - 1]}{2} \left[ 5 \left( \frac{R}{y} \right)^6 - 7 \left( \frac{R}{y} \right)^8 \right] \quad (12)$$

Benzer olarak,  $x$  eksenini boyunca oluşan gerilme dağılımı  $\sigma_{yy}^{orth}(x, 0)$  da aşağıdaki şekilde bulunabilir ( $x \geq R$ ):

$$\frac{\sigma_{yy}^{orth}(x, 0)}{p} \cong \lambda + \frac{(\lambda + 1)}{2} \left( \frac{R}{y} \right)^2 + \frac{3(1 - \lambda)}{2} \left( \frac{R}{y} \right)^4 - (3\lambda - 1) \frac{[H_B - 1]}{2} \left[ 5 \left( \frac{R}{y} \right)^6 - 7 \left( \frac{R}{y} \right)^8 \right] \quad (13)$$

Burada,  $H_B = \frac{K_B^{orth}}{K_B^{iso}}$  olup  $B$  noktasındaki (Şekil 1) ortotropik ve izotropik gerilme yığılması faktörleri aşağıdaki ifadelerle verilir:

$$K_B^{orth} = \frac{1}{k} [-1 + \lambda(k + n)] \quad (14)$$

$$K_B^{iso} = 3\lambda - 1 \quad (15)$$

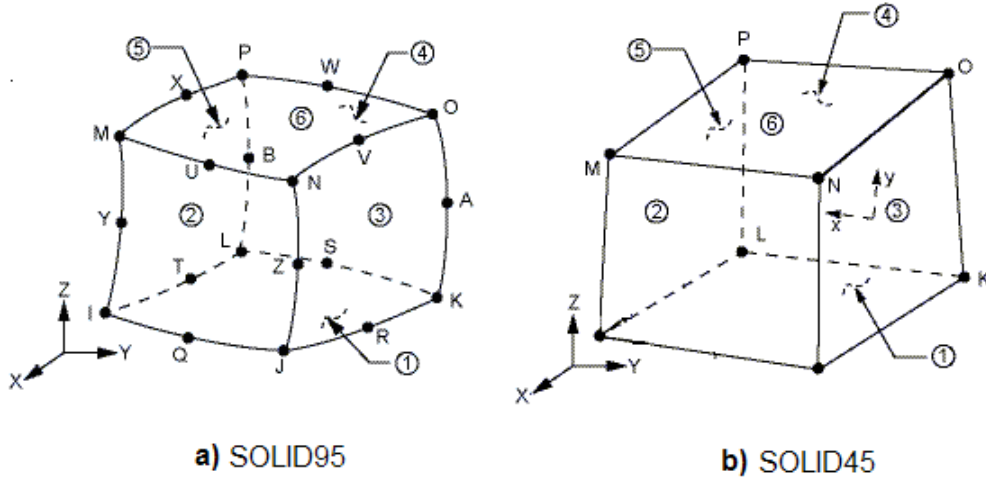
$\lambda = 0$  değeri için eşitlik (12) Konish ve Whitney [12] tarafından tek eksenli yükleme için elde edilen eşitliğe dönüşmektedir.

Çalışmanın ilerleyen bölümlerinde, uygun bilgisayar programları kullanılarak Eşitlik (12) ve (13) grafikler şeklinde ifade edilmiştir.

#### 4. Sonlu Elemanlar Yöntemi (FEM)

Sonlu eleman modelinde Şekil 2(a)'da geometrisi verilen SOLID95 [13] eleman tipi kullanılmıştır. SOLID95 eleman tipi 3 boyutlu olup 20 düğüm noktasından oluşmaktadır. Yine 3 boyutlu, 8 düğüm noktalı olan SOLID45 (Şekil 2(b)) eleman tipine göre eğri hacimleri modellemede daha kabiliyetli olduğundan, yüksek hassasiyetli sonuçlar elde edilebilmesi için tercih edilmiştir. Eğri hacimlerin modellenmesinde SOLID95'in üstünlüğü, SOLID45'de bulunmayan, köşeler arasındaki ilave düğüm noktalarından kaynaklanmaktadır. Bu orta düğüm noktaları sayesinde eleman tipi daha esnek hareket edebilme kabiliyetine sahip olmaktadır.

Bu çalışmada dairesel delikler içeren plakalar modellendiği için delik çevresinin modellenmesinde SOLID95 eleman kullanılması uygun görülmüştür. Analizlere başlanmadan önce, seçilen bir geometriye sahip olan kompozit plakalar her iki eleman tipi de kullanılarak modellenmiştir. SOLID95 eleman tipiyle modellenen plakalar, doğal olarak, analitik yöntemle elde edilen gerilme dağılımlarına daha yakın gerilme dağılımları verdiklerinden çalışmanın geri kalan bölümlerinde SOLID95 eleman tipi kullanılmıştır.



Şekil 2. SOLID95 ve SOLID45 eleman tipleri

Çalışmanın analitik kısmında elde edilen gerilme dağılımları sonsuz plaka geometrisi içindir. Dolayısıyla, sonlu elemanlar programıyla elde edilen gerilme dağılımlarıyla karşılaştırma yapılabilmesi için, oluşturulan modelin sonsuz plaka boyutlarını temsil etmesi gerekmektedir. Hong ve Crews [14]  $d/w=0.05$  ve  $L/w=10$  oranları kullanılarak sonsuz tabaka boyutlarına yaklaşıldığını göstermişlerdir. Bu geometrik oranlar kullanıldığında, delik çevresinde oluşan gerilme yığılmalarının plakanın diğer serbest kenarlarında oluşan gerilme yığılmalarıyla etkileşimi önlenmiş ve düzgün bir gerilme dağılımı elde edilmiş olmaktadır. Bu doğrultuda, bu çalışmada da aynı oranlar kullanılarak sonlu elemanlar modeli oluşturulmuştur (40R X 400R). Modelin toplam boyutları oldukça büyük olduğundan, Şekil 3’de modelin kısmi görünüşleri verilmiştir. Daha küçük boyutlarda oluşturulacak olan modellerle de sonsuz tabaka boyutları elde edilip çözüm zamanı azaltılabilir. Ancak, bu boyutların belirlenebilmesi için ilave parametrik çalışmalar yapılması gerekmektedir. Bu çalışmada böyle bir inceleme yapılmamış, literatürde [14] verilen değerler kullanılmıştır.

Oluşturulan modelin doğruluğu değerlendirebilmek için, literatürde [14] tek eksenli gerilme altındaki  $[0^\circ/\pm 45^\circ/90^\circ]_s$  quasi-izotropik kompozit plaka için verilen gerilme yığılması faktörleri ve bu çalışmada FEM ile elde edilen gerilme yığılması faktörleri Tablo 2’de değişik  $d/w$  oranları için verilmiştir. Bu karşılaştırma için FEM analizinde kaynakta [14] verilen malzeme mekanik özellikleri kullanılmıştır. Bu tablodan görülebileceği üzere,  $d/w$  oranı azaldıkça gerilme yığılması faktörleri azalmaktadır.  $[0^\circ/\pm 45^\circ/90^\circ]_s$  tabaka dizilimindeki plakalar quasi-izotropik olarak tabir edilmektedir. Bu plaka diziliminde düzlem-içi bütün mekanik özellikler izotropiktir. Dolayısıyla, bu plakadaki gerilme yığılması faktörünün, sonsuz boyutlardaki izotropik plakayla aynı (3) olması beklenir. Tablo 2’den de görüldüğü gibi plaka geometrik oranlarının  $d/w=0.05$ ,  $L/w=10$  alınmasıyla, yaklaşık %1 farkla kesin sonuca yaklaşılmaktadır. Bu değerler, sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen sonuçların doğru ve güvenilir olduğunu göstermektedir.

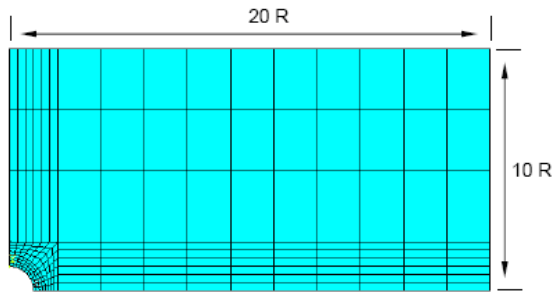
**Tablo 2.** Tek eksenli gerilme altında gerilme yığılması faktörlerinin (S.C.F) karşılaştırılması (L/w=10)

Tabaka Dizilimi	Yükleme Şekli	d/w			
		0.05	0.1	0.2	0.5
[0°/±45°/90°] <sub>s</sub>	S	2.855(-----)	2.729(-----)	2.515(2.516)	2.179(2.180)
	D	2.859(-----)	2.733(-----)	2.519(2.516)	2.183(2.180)

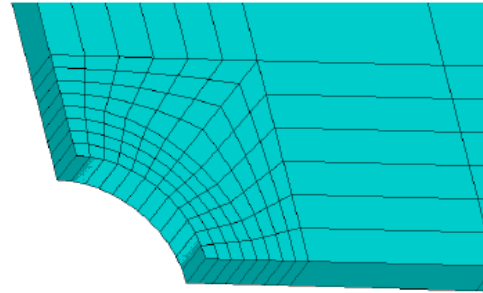
(Yükleme şekli; S: gerilme sınır şartlarını, D: deplasman sınır şartlarını ifade etmektedir. Parantez içindeki değerler literatürden [14] alınmıştır. Literatürde karşılığı olmayan S.C.F değerleri “-----“ ile gösterilmiştir.)

Tablo 2’de verilen diğer bir önemli bilgi ise, kullanılan geometrik oranlarda modele uygulanan yükün gerilme ve deplasman olarak uygulanması sonucunda gerilme yığılması faktörleri arasında önemli bir değişiklik olmamasıdır. Özellikle L/w oranının küçük değerleri için sınır şartı olarak gerilme veya deplasman uygulanması sonucunda oldukça büyük farklar ortaya çıkabilmektedir [14].

Model boyutlarını burada olduğu gibi büyük almak yerine, diğer bir seçenek olarak, daha küçük boyutta plakalar modellenmesi ve sonlu boyut düzeltme faktörleri (FWCF) [15] kullanılması da çözüm süresini azaltmak adına kullanılabilir. Bununla beraber, modelin Şekil 4’de görülen 2R X 2R’lik bölümü dışındaki ağ yoğunluğu nispeten çok daha düşük olduğundan, büyük model boyutları çözüm süresini önemli ölçüde etkilememektedir. Aynı zamanda FWCF faktörlerinin elde edilen gerilme değerlerine uygulanması da belirli bir işlem süresi gerektirecektir.



a) Sonlu eleman modelinin ön görünüşü (20R X 10R)

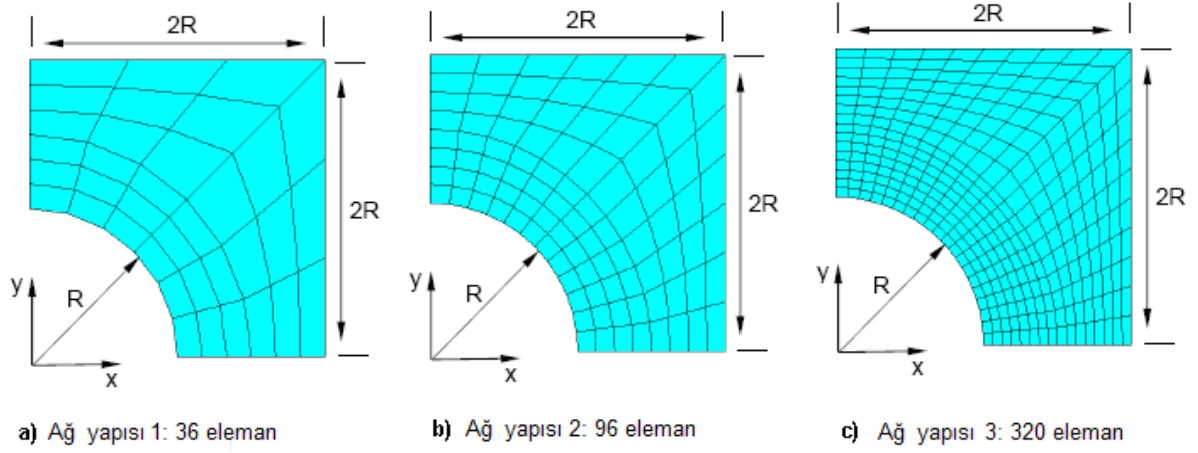


b) Sonlu eleman modelinin izotropik görünüşü (kısmen)

**Şekil 3.** Sonlu elemanlar modelinin (a) ön ve (b) izotropik görünüşleri

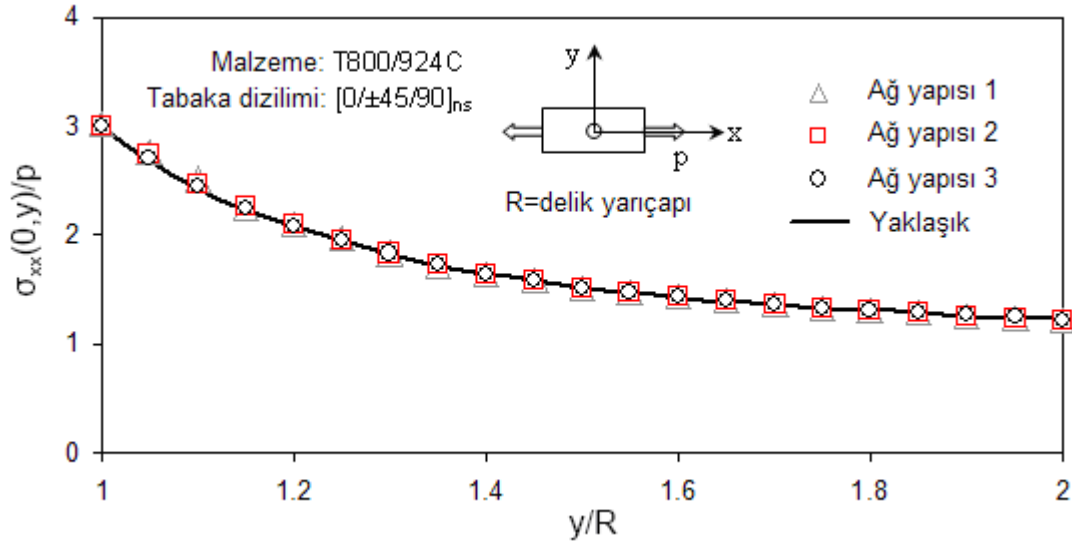
FEM ile oluşturulan modellerde ağ yapısının sıklığıyla orantılı olarak çözüm zamanı artmakta ve buna paralel olarak daha hassas sonuçlar elde edilmektedir. Bununla birlikte, çok yoğun ağ yapısının kullanılması çözüm zamanını aşırı derecede arttırırken sonuçlar arasındaki farkı çok fazla değiştirmeyebilir. Araştırmacıların bu noktada bir optimizasyon yapma ihtiyaçları vardır. Günümüzün gelişmiş bilgisayarları sayesinde basit geometrilere sahip olan modellerde çözüm süreleri büyük problemler oluşturmasa da, modeller karmaşıktıkça, çözüm süreleri de önem kazanmaktadır. Bu nedenle, Şekil 4’de gösterildiği gibi farklı sonlu eleman ağları için parametrik bir çalışma yapılmıştır.





Şekil 4. Sonlu eleman ağ yapıları (R= 2.5 mm.)

Yapılan parametrik çalışmada, malzemesi T800/924C karbon/epoksi olan quasi-izotropik  $[0^\circ/\pm 45^\circ/90^\circ]_{ns}$  kompozit plaka modeli kullanılmıştır. Şekil 4’de sonlu eleman ağ yapılarının sadece  $2R \times 2R$ ’lik bölgesi verilmiştir. Bu bölge en yoğun gerilme yoğunluğunun olduğu bölgedir. Şekil 5’de  $2R$ ’lik uzaklığa ulaşıldığında gerilme dağılımının plakaya sonsuz uzaklıktan uygulanan  $p$  gerilme değerine yaklaştığı görülmektedir.



Şekil 5. y eksenine boyunca gerilme dağılımı

Şekil 5’te görüldüğü gibi kullanılan her üç sonlu eleman ağ yapısı da yaklaşık olarak aynı gerilme dağılımını vermektedir. Kullanılan model, önemli ölçüde gerilme yığılmalarına neden olan dairesel delik içermesine rağmen basit bir model sayılabilir. Dolayısıyla, ağ yapısının sıklığı çözüm süresini fazla etkilememektedir. Bu nedenle çalışmada 2 numaralı ağ yapısı kullanılmıştır.

Şekil 5’te aynı zamanda sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen gerilme dağılımlarının yaklaşık çözüm polinomuyla elde edilen gerilme dağılımlarıyla mükemmel şekilde örtüştüğü görülmektedir. Bu örtüşme de sonlu eleman modelinin doğruluğunun da bir göstergesidir.

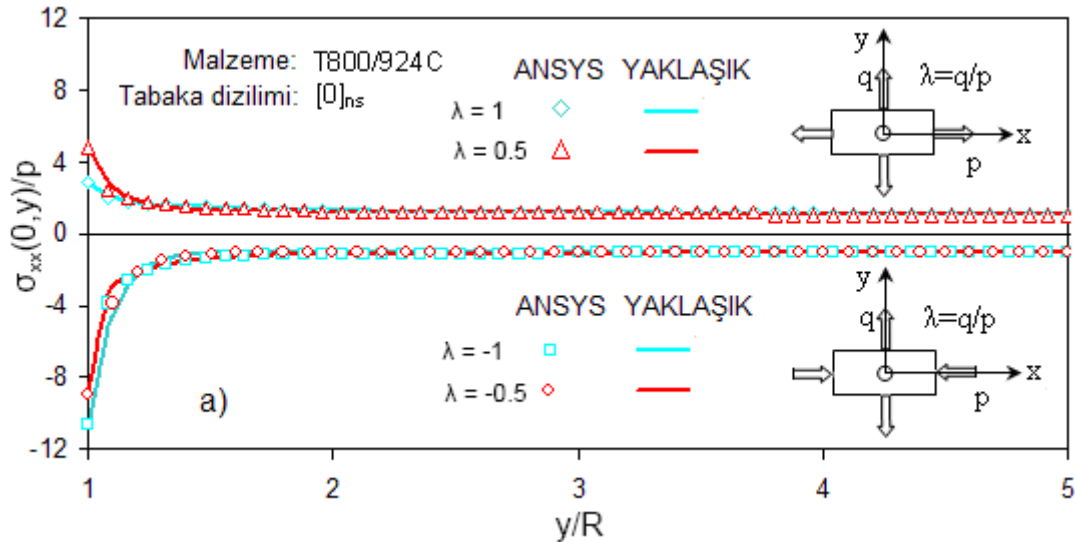
Oluşturulan FEM modelleri sabit  $\lambda$  değerleri (-0.5,-1,0.5,1) ile yüklenerek gerilme dağılımları elde edilmiştir.  $\lambda = q/p$  oranlarında  $p$  yükü baskın yük olarak alınmıştır.

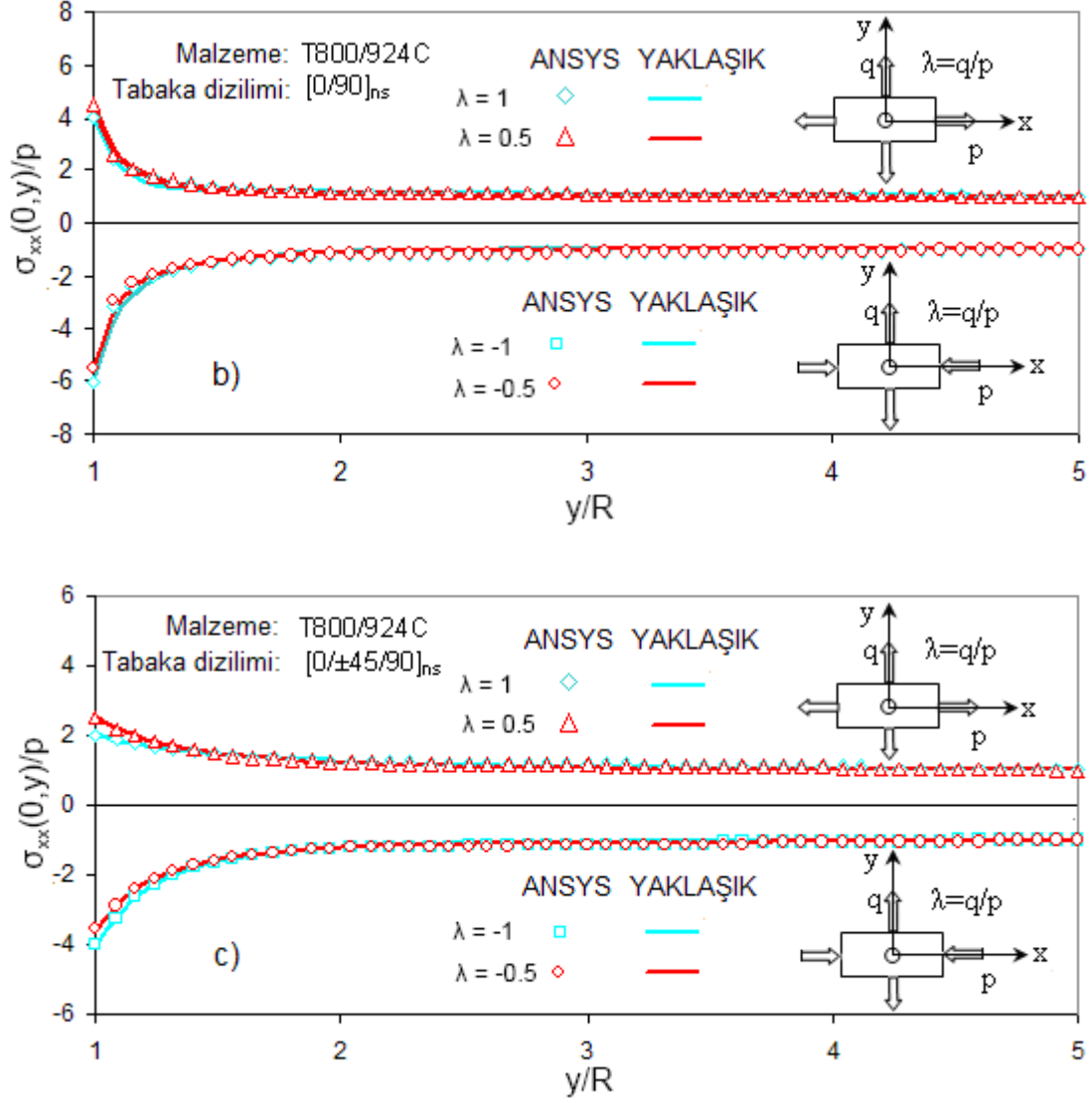
Tabakalar arası (interlaminar) gerilmelerin bu çalışmanın kapsamı dışında olmasından dolayı, Şekil 3'den de görüleceği üzere, kalınlık yönünde sadece 1 eleman kullanılmıştır. Laminasyon teorisini kullanmak yerine, kompozit plakadaki her bir tabakayı tek bir eleman olarak modelleyip, tek ve iki eksenli yükleme altında oluşacak tabakalar arası gerilmelerin incelemesi, yazarların ileriki çalışma planları arasındadır.

## 5. Sonuçların karşılaştırma ve değerlendirilmesi

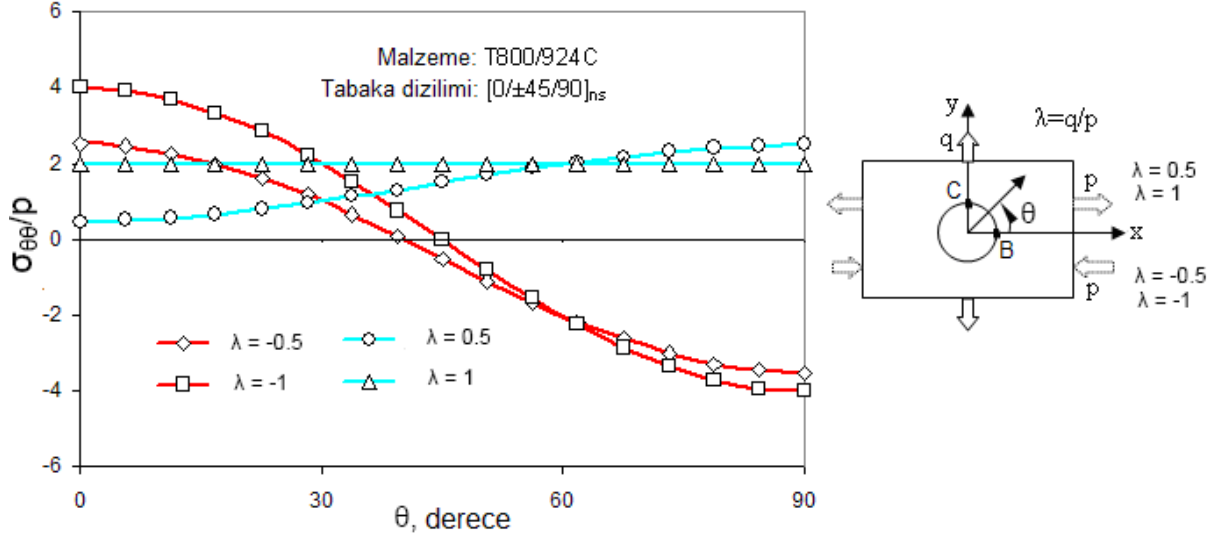
Analitik [11] ve nümerik [13] olarak,  $[0^\circ]_{ns}$ ,  $[0^\circ/90^\circ]_{ns}$ ,  $[0^\circ/\pm 45^\circ/90^\circ]_{ns}$  kompozit plakalar için elde edilen gerilme dağılımları  $y/R$  oranına bağlı olarak grafikler halinde Şekil 6'da verilmiştir. Baskın yük  $x$  eksenine doğrultusundadır.  $R$  delik yarıçapı olup grafikler  $y/R$  oranına bağlı olarak çizilmiştir.  $y/R$  oranının 1 olması delik kenarına işaret etmekte, oran büyüdükçe  $y$  eksenine boyunca delik kenarından uzaklaşmaktadır. Bütün plakalar için T800/924C karbon/epoksi malzeme kullanılmıştır. Grafiklerin her birinde plakaların yükleme durumunu belirten küçük simgelere yer verilmiştir. Grafiklerin üst yarısında bulunan simgelerde  $p$  ve  $q$  yüklerinin her ikisi de plakaya çekme yükü uygulamaktadır (Ç-Ç). Bu bölgede pozitif  $\lambda$  oranları (0.5 ve 1) görülmektedir. Grafiklerin alt kısmında ise,  $p$  yükü bası,  $q$  yükü çeki kuvveti uygulamakta (B-Ç) ve negatif  $\lambda$  oranları (-0.5 ve -1) görülmektedir.

Şekil 6'da  $y/R=1$  eksenindeki gerilme değerleri aynı zamanda delik çevresindeki gerilme yığılması faktörlerini vermektedir. Grafikler incelendiğinde  $\lambda$ 'nın negatif değerlerinde gerilme yığılması faktörü (S.C.F)  $\lambda$ 'nın pozitif değerlerine göre yaklaşık iki kat artmaktadır. Analitik ve nümerik gerilme dağılımları arasında bazı sapmalar olmakla birlikte, genel olarak iyi bir uyum görülmektedir.





**Şekil 6.** İki eksenli yükleme altında  $y$  eksenli doğrultusunda nümerik (ANSYS) ve yaklaşık analitik (YAKLAŞIK) gerilme dağılımları  
a)  $[0^\circ]_{ns}$  b)  $[0^\circ/90^\circ]_{ns}$  c)  $[0^\circ/\pm 45^\circ/90^\circ]_{ns}$



Şekil 7. İki eksenli yükleme altında delik çevresindeki gerilme dağılımı

Şekil 7'de,  $[0^\circ/\pm 45^\circ/90^\circ]_{ns}$  quasi-izotropik plakalarda delik çevresinde FEM ile elde edilen gerilme dağılımları,  $\theta$  açısına bağlı olarak verilmektedir.  $\theta$  açısının  $0^\circ$  olması B noktasına,  $90^\circ$  olması C noktasına karşılık gelmektedir.

$\theta$  açısının  $50^\circ$ 'den küçük değerlerinde  $\lambda$  oranlarının gerilme dağılımları üstündeki etkisi belirgin olup  $50^\circ$ 'den büyük açılarda bu etki zayıflamaktadır. Örnek olarak,  $\theta=0^\circ$  iken  $\lambda=0.5$  ile  $\lambda=1$  arasındaki gerilme farkı yaklaşık iki kat iken,  $\theta=60^\circ$  civarında bu fark sıfırlanmakta, sonra tekrar bir miktar yükselmektedir.

Grafikteki ilginç bir nokta da,  $\lambda=1$  eğrisinin yaklaşık olarak sabit olmasıdır. Kompozit plakanın quasi-izotropik  $[0^\circ/\pm 45^\circ/90^\circ]_{ns}$  olmasından ve iki ekseninde de eşit büyüklükte yükleme yapılmasından dolayı bu şekilde bir gerilme dağılımı oluşmuştur.

Açıkça görüldüğü gibi pozitif  $\lambda$  oranlarında gerilmeler daha düşük olmaktadır. Aynı zamanda pozitif  $\lambda$  oranlarında gerilme dağılımları sadece pozitif bölgede olmaktadır. Negatif  $\lambda$  oranlarında ise yaklaşık iki kat fazla gerilme değerleri oluşmaktadır. Ayrıca yaklaşık  $45^\circ$  civarında pozitif bölgeden negatif bölgeye geçiş görülmektedir.

Yine Şekil 7'den görüldüğü gibi, quasi-izotropik kompozit malzemeler için 3 olan delik kenarındaki gerilme yığılması faktörü  $\lambda$ 'nın pozitif değerlerinde önemli ölçüde azalmaktadır.

## Kaynaklar

- [1] Awerbuch, J. and Madhukar, M. S., 'Notched Strength in Composite Laminates: Predictions and Experiments – A Review', *J. Reinf. Plast. Comp.* **4**, 1985, 3–159.
- [2] Tan, S. C., *Stress Concentrations in Laminated Composites*, Technomic Publishing Company Inc., Lancaster, PA, USA, 1994.
- [3] Whitney, J. M. and Nuismer, R. J., 'Stress Fracture Criteria for Laminated Composites Containing Stress Concentrations', *J. Comp. Mater.* **8**, 1974, 253–265.
- [4] Soutis, C. and Fleck, N. A., 'Static Compression Failure of Carbon Fibre T800/924C Composite Plate with a Single Hole', *J. Comp. Mater.* **24**, 1990, 536–558.

- [5] Soutis, C., ‘Failure of Notched CFRP Laminates Due to Fibre Microbuckling: A Topical Review’, *J. Mech. Behav. Materials* **6**, 1996, 309–330.
- [6] Savin, G. N., *Stress Concentration around Holes*, translated by Mr. E. Gros for the Depart. Sci. & Industrial Research, W. Johnson (ed.), Pergamon Press, 1961.
- [7] Lekhnitskii, S. G., *Anisotropic Plates*, translated from the second Russian edition by S.W. Tsai and T. Cheron, Gordon and Breach Science Publishers Inc., New York, 1968.
- [8] Filiou, C. and Soutis, C., Compression-Failure Modelling under Biaxial Loading, Progress Report II, Agreement no. SMCFU/654, DRA, October 1995.
- [9] Filiou, C. and Soutis, C., ‘Approximate Biaxial Stress Solution for Orthotropic Open-Hole Composite Laminates’, *Adv. Comp. Letters* **5**, 1996, 107–112.
- [10] Filiou, C. and Soutis, C., ‘Approximate Stress Solution for Orthotropic Open-Hole Laminates Subjected to Biaxial Loading’, in *4th Internat. Conf. Deformation and Fracture of Composites*, Sponsored by the Institute of Materials, UMIST, Manchester, UK, 24–26 March 1997, pp. 121–130.
- [11] Soutis, C., and Filiou, C., ‘Stress Distributions around Holes in Composite Laminates Subjected to Biaxial Loading’ *Applied Composite Materials*, **5**, 1998, 365–378.
- [12] Konish, H. J. and Whitney, J. M., ‘Approximate Stresses in an Orthotropic Plate Containing a Circular Hole’, *J. Comp. Mater.* **9**, 1975, 157–166.
- [13] ANSYS, User’s manual, Version 10.0, Swanson Analysis Systems, Inc., Houston, TX, USA.
- [14] Hong, C. S., Crews, J. H. Jr., ‘Stress-Concentration Factors for Finite Orthotropic Laminates With a Circular Hole and Uniaxial Loading’, *NASA Technical Paper* 1469, 1979.
- [15] Tan, S. C., ‘Stress Concentrations in Laminated Composites’, Technomic Publishing Company Inc. (Lancaster, Pennsylvania, USA), 1994.