EME 3117

SİSTEM SIMÜLASYONU

Girdi Analizi-II

Girdi Analizi Prosedürü

- Modellenecek sistemi (prosesi) dokümante et
- Veri toplamak için bir plan geliştir
- Veri topla
- Verilerin grafiksel ve istatistiksel analizini yap
- Olası dağılımları hipotez et
- Dağılımların parametrelerini tahmin et
- Hipotezlenen dağılımların uygunluğunu kontrol et
- Simulasyon çıktıları üzerinde girdilerin duyarlılığını kontrol et

Dağılıma Uyumun Kontrol Edilmesi

Dağılımının ne olduğunu bilmediğiniz bir ana kitleden (populasyon) alınan n birimlik örnekleminiz olduğunu varsayalım.

Veri grubunun hipotezlenen bir dağılıma uyup uymadığını nasıl kontrol edebiliriz?

- İyi uyum testleriyle
- Grafiksel olarak olasılık çizelgeleriyle

Dağılıma Uyum Testleri

Uyum testleri, verilerin seçilen dağılıma ne kadar iyi uyduğunu gösterir.

Verilerin uyumu,

- Ki-kare (χ^2) (Kesikli ve Sürekli dağılımlar)
- Kolmogorov Smirnov (Sadece Sürekli dağılımlar)
- Anderson Darling (Sadece Sürekli dağılımlar)

testleriyle kontrol edilir.

Bir Hipotezin Testi

•Belirli bir hipotez hakkında bir karara yol açan bir prosedürdür.

•Hipotez testi prosedürü, kitleden alınan bir rasgele örneklemdeki bilginin kullanılmasına dayanır.

• Eğer bu bilgi hipotezle tutarlı ise, hipotezin doğru olduğu sonucuna; eğer bu bilgi hipotez ile tutarlı değilse, hipotezin yanlış olduğu kararına varırız.

Dağılımın Uygunluğu İçin Hipotez Testinin Adımları

1. Hipotez edilmek istenen dağılımı ve parametrelerini tanımla.
2. H_0 hipotezini *"Örneklem verisi, (1)'de belirlenen dağılımdan gelir"* şeklinde belirle.
3. H_1 hipotezini "*Örneklem verisi (1)'de belirlenen dağılımdan gelmez*" şeklinde belirt.
4. Bir anlam düzeyi α seç.
5. Uygun bir test İstatistiği belirle (χ^2, D_n, A^2)
6. İstatistik için red bölgesini belirle.
7. Herhangi bir gerekli örneklem miktarı hesapla, bunları test istatistiği için denklemde yerine koy ve bu değeri hesapla.
8. H_0'ın reddedilip reddedilmeyeceğine karar ver ve problem bağlamında bunu rapor et.

Ki-kare (χ^2) İyi Uyum Testi

H_0: Örneklem verileri hipotezlenen dağılıma uyar.

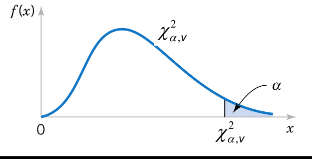
H_1: Örneklem verileri hipotezlenen dağılıma uymaz.

Test, Ki-kare dağılımına dayanır.

- G_i, i. sınıf aralığında gözlenen frekans,
- B_i, i. sınıf aralığında beklenen frekans olsun.

Test İstatistiği:

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(G_i - B_i)^2}{B_i}$$



Örnek 1

Belli bir ebattaki metal levha üzerindeki hata sayılarının Poisson dağılımına uyup, uymadığını araştıralım. 60 birimlik rassal örneklem alınmış ve aşağıda verilen hata sayıları gözlenmiştir.

Hata Sayısı	Gözlenen Frekans
0	32
1	15
2	9
3	4

** Bu örnekte, varsayılan Poisson dağılımının ortalaması bilinmemektedir, ve örneklem verisinden tahmin edilmelidir.

$$E[\bar{X}] = \lambda = \frac{\sum_{\forall i} f_i x_i}{\sum_{\forall i} f_i} = \frac{32.0 + 15.1 + 9.2 + 4.3}{60} = 0.75$$

Örnek 1 (devam)

Hipotezlenen λ=0.75 hata/levha parametreli Poisson dağılımından i. sınıf aralığıyla ilgili p_i olasılıklarını aşağıdaki gibi hesaplayabiliriz.

$$f(x) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \qquad x = 0,1,2,\ldots$$

$$p_1 = P(X = 0) = \frac{e^{-0.75}(0.75)^0}{0!} = 0.472$$

$$p_2 = P(X = 1) = \frac{e^{-0.75}(0.75)^1}{1!} = 0.354$$

$$p_3 = P(X = 2) = \frac{e^{-0.75}(0.75)^2}{2!} = 0.133$$

$$p_4 = P(X \geq 3) = 1 - (p_1 + p_2 + p_3) = 0.041$$

Örnek 1 (devam)

Beklenen frekansları hesaplamak için örneklem büyüklüğü n=60 ve p_i olasılıkları çarpılır. B_i=n.p_i

Hata Sayısı	Olasılık	Beklenen Frekans
0	0.472	28.32
1	0.354	21.24
2	0.133	7.98
3 (veya daha fazla)	0.041	2.46

0.472(60)

Eğer beklenen frekans 5'ten küçükse, önceki sınıfla birleştir:

Hata Sayısı	Gozlenen Frekans	Beklenen Frekans
0	32	28.32
1	15	21.24
2 (veya daha fazla)	13	10.44

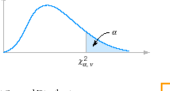
Örnek 1 (devam)

α=0.05 anlam düzeyi seçerek 8 adımlı hipotez testi prosedürünü uygulayalım:

1. Hata sayısının λ=0.75 hata/levha parametreli Poisson dağılımına uyumu.
2. H_0: Hata sayısı λ=0.75 hata/levha parametreli Poisson dağılımına uyar.
3. H_1: Hata sayısı λ=0.75 hata/levha parametreli Poisson dağılımına uymaz.
4. α=0.05
5. Test İstatistigi: $$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(G_i - B_i)^2}{B_i}$$

Eğer H_0 doğruysa, χ_0^2nin, k-p-1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımına uyduğu gösterilebilir

p: Hipotez edilen dağılımın parametre sayısı,
k: Sınıf sayısıdır.



$$\chi^2_{0.05,1} = 3.84$$

Table III Percentage Points $\chi^2_{\alpha,\nu}$ of the Chi-Squared Distribution

ν \ α	.995	.990	.975	.950	.900	.500	.100	.050	.025	.010	.005
1	.00+	.00+	.00+	.00+	.02	.45	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	.01	.02	.05	.10	.21	1.39	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	.07	.11	.22	.35	.58	2.37	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	.21	.30	.48	.71	1.06	3.36	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	.41	.55	.83	1.15	1.61	4.35	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	.68	.87	1.24	1.64	2.20	5.35	10.65	12.59	14.45	16.81	18.55
7	.99	1.24	1.69	2.17	2.83	6.35	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	7.34	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	8.34	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	9.34	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	10.34	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	11.34	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	12.34	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	13.34	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.27	7.26	8.55	14.34	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	15.34	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	16.34	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.87	17.34	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	18.34	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	19.34	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	20.34	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	21.34	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	22.34	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	23.34	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56

Örnek 1 (devam)

6. Eger $\chi_0^2 > \chi_{0.05,1}^2 = 3.84$ ise H_0 red

7. Hesaplamalar:

$$\chi_0^2 = \frac{(32-28.32)^2}{28.32} + \frac{(15-21.24)^2}{21.24} + \frac{(13-10.44)^2}{10.44} = 2.94$$

8. Sonuclar:

$\chi_0^2 = 2.94 < \chi_{0.05,1}^2 = 3.84$ oldugu icin levha üzerindeki hata sayısının Poisson dagılımına uyduguna iliskin H_0 hipotezini reddecek yeterli istatistiksel kanıt yoktur.

P-Değeri Yaklaşımı

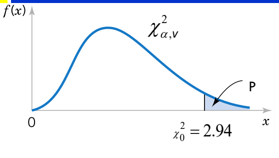
- H_0'ı reddetme kriteri olarak α'nın kullanımı; H_0'ın zayıf bir şekilde mi yoksa güçlü bir şekilde mi reddedildiğini söylemez. Bunu bilmek için P-Değeri yaklaşımını kullanırız:

Tanım

P değeri, verilen veriyle (H_0) sıfır hipotezinin reddedilmesine yol açan en küçük anlam seviyesidir.

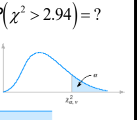
$$P = P\left(\chi^2 > \chi_0^2\right) \qquad (\chi^2 \text{ Uyum testi icin})$$

P-Değeri Yaklaşımı



$$\chi_0^2 = \frac{(32-28.32)^2}{28.32} + \frac{(15-21.24)^2}{21.24} + \frac{(13-10.44)^2}{10.44}$$
$$= 2.94$$

$$P = P\left(\chi^2 > \chi_0^2\right) = P\left(\chi^2 > 2.94\right) = ?$$



2.94

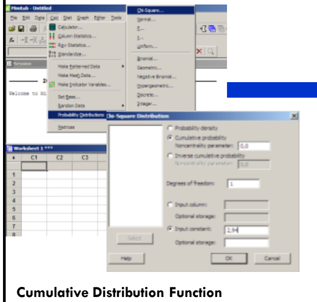
Table III Percentage Points $\chi^2_{\alpha,v}$ of the Chi-Squared Distribution

v \ α	.995	.990	.975	.950	.900	.500	.100	.050	.025	.010	.005
1	.00+	.00+	.00+	.00+	.02	.45	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	.01	.02	.05	.10	.21	1.39	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60

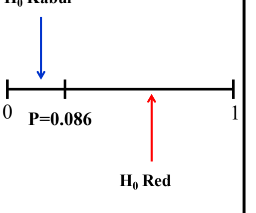
Örnekte, $\chi_0^2 = 2.94$ dir ve bu, tablodaki 2,71 ve 3,84 değerleri arasındadır.

Bu nedenle, *P değeri,* 0.05 ve 0.10 arasında olmalıdır.

$$0.05 < P < 0.10$$



Örnek 1 (devam)



Cumulative Distribution Function

Chi-Square with 1 DF

x	P(X <= x)
2,94	0,913589

P değeri=1-0,913589
≈ 0,086

Test kriteri: P degeri $> \alpha$ ise H_0'ı reddetme
P degeri $\leq \alpha$ ise H_0'ı reddet

Sonuç: α=0.05<P=0.086 olduğundan H_0 Kabul

Ki-kare Uyum Testi (Devam)

Örnek 2: Eczane Servis Süreleri

- Eczane örneginde müşterilere servis süreleri (dk.) rassal olarak gözlemlenmiş ve yanda verilen 100 örneklem verisi oluşturulmuştur.
- Servis sürelerinin Üstel dağılıma uyup uymadığını Ki-kare Uyum testiyle kontrol edin.

1,02	4,65	3,24	0,92	6,64
0,98	1,18	2,53	0,97	1,45
6,25	13,04	3,09	10,68	2,29
3,26	0,77	2,01	6,82	2,86
3,1	2,11	6,13	1,45	2,26
4,48	1,83	2,45	0,98	4,86
4,29	4,9	1,23	1,19	3,12
7,93	7,23	7,35	2,03	2,9
1,29	3,52	5,5	1,62	15,19
1,48	4,44	1,63	5,02	3,36
1,8	1,2	0,89	1,15	2,5
1,58	1,09	4,67	4,61	2,72
4,07	1,19	2,05	8,3	11,3
3,84	2,59	0,5	3,88	4,26
6,18	1,39	8,59	0,87	6,6
2,67	2,47	0,94	2,4	3,03
1,75	0,77	1,25	1,44	9,23
1,72	1,29	3,14	1,78	2,05
2,34	1,74	4,63	3,06	1,49
3,23	5,86	1,59	3,65	9,11

Örnek 2 (Devam)

(Sınıflandırılmış Serinin Hazırlanması)

$k = \sqrt{n} = \sqrt{100} = 10$ (k:sınıf sayısı)

$S = \dfrac{X\max - X\min}{k} = \dfrac{15.19 - 0.5}{10} = 1.469 \approx 1.5$ (S: sınıf genisligi)

Sınıflar	f_i
2.0'den az	37
2.0 - 3.5	28
3.5 - 5.0	15
5.0 - 6.5	6
6.5 - 8.0	6
8.0 - 9.5	4
9.5 - 11.0	1
11.0 -12.5	1
12.5 -14.0	1
14,0'ten çok	1

$$\mu = E[X] = E[\bar{X}] = 1/\lambda$$

$$E[\bar{X}] = 1/\lambda = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{100} x_i}{100} \approx 3.5 \text{ (dk)}$$

$$\lambda = \frac{1}{3.5} \approx 0.285$$

*** Sınıflardaki frekanslar belirlenirken alt Sınıf değeri dahil üst sınıf değeri hariç tutulur

Örnek 2 (Devam)

(Üstel Dağılımdan Olasılık Hesabı)

H_0 : Müsterilerin servis süreleri λ=0.285 parametreli Üstel dağılıma uyar.

H_1 : Musterilerin servis süreleri λ=0.285 parametreliÜstel dagılıma uymaz.

$$X(\text{Servis Süresi}) \sim Üstel(\lambda)$$

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b \lambda e^{-\lambda x} dx$$

$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ $\qquad x > 0$

$$P(a < X < b) = F(b) - F(a)$$

$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$

$F(b) = 1 - e^{-\lambda b}$; $F(a) = 1 - e^{-\lambda a}$

Örnek 2 (Devam)

(Beklenen Frekansların Belirlenmesi)

$100 * 0,435 = 43,5$

Sınıf	F(x)	P(a<X<b)	B_i
<2	0,435	0,435	43,5
2 - 3,5	0,632	0,197	19,7
3,5 - 5	0,76	0,128	12,8
5 - 6,5	0,844	0,084	8,4
6,5 - 8	0,898	0,054	5,4
8 - 9,5	0,934	0,036	3,6
9,5 - 11	0,957	0,023	2,3
11 - 12,5	0,972	0,015	1,5
12,5 - 14	0,982	0,01	1
>14	1	0,018	1,8

Beklenen frekans 5'ten küçük sınıflar, önceki sınıfla birleştir

Sınıf	G_i	B_i
<2	37	43,5
2 - 3,5	28	19,7
3,5 - 5	15	12,8
5 - 6,5	6	8,4
6,5 - 8	6	5,4
>8	8	10,2

$F(2) = 1 - e^{-(0,285)2} \approx 0,435$; $F(3,5) = 1 - e^{-(0,285)3,5} \approx 0,632$

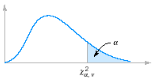
$$P(2 < X < 3,5) = F(3,5) - F(2) = 0,632 - 0,435 = 0,197$$

Örnek 2 (Devam)
(Test Prosedürü)

1. Servis sürelerinin λ=0,285 olay/dk. olan Üstel dagılıma uygunluğu
2. H_0:Servis süreleri λ=0,285 olay/dk. olan Üstel dagılıma uyar.
3. H_1: Servis süreleri λ=0,285 olay/dk. olan Üstel dagılıma uymaz.
4. α=0,01
5. Test istatistigi:

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(G_i - B_i)^2}{B_i}$$

p=1; k=6; v=6-1-1=4



$$\chi^2_{0.01,4} = 13.28$$

Table III Percentage Points $\chi^2_{\alpha,\nu}$ of the Chi-Squared Distribution

ν \ α	.995	.990	.975	.950	.900	.500	.100	.050	.025	.010	.005
1	.00+	.00+	.00+	.00+	.02	.45	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	.01	.02	.05	.10	.21	1.39	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	.07	.11	.22	.35	.58	2.37	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	.21	.30	.48	.71	1.06	3.36	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	.41	.55	.83	1.15	1.61	4.35	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	.68	.87	1.24	1.64	2.20	5.35	10.65	12.59	14.45	16.81	18.55
7	.99	1.24	1.69	2.17	2.83	6.35	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	7.34	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	8.34	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	9.34	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	10.34	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	11.34	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	12.34	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	13.34	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.27	7.26	8.55	14.34	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	15.34	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	16.34	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.87	17.34	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	18.34	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	19.34	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	20.34	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	21.34	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	22.34	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	23.34	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56

Örnek 2 (Devam)
(Test Prosedürü)

6. Eger $\chi_0^2 > \chi^2_{0.01,4} = 13.28$ ise H_0 red

7. Hesaplamalar:

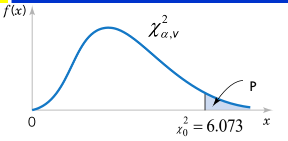
$$\chi_0^2 = \frac{(37-43.5)^2}{43.5} + \frac{(28-19.7)^2}{19.7} + \ldots + \frac{(8-10.2)^2}{10.2} = 6,073$$

8. Sonuçlar:

$\chi_0^2 = 6.73 < \chi^2_{0.01,4} = 13.28$ oldugu için H_0 reddedilemez.

Bu nedenle servis sürelerinin Üstel dağılıma uydugu kabul edilir.

Örnek 2 (Devam)
(P-Değeri Yaklaşımı)



$$\chi_0^2 = \frac{(37-43.5)^2}{43.5} + \frac{(28-19.7)^2}{19.7} + \ldots + \frac{(8-10.2)^2}{10.2} = 6,073$$

$$P = P(\chi^2 > \chi_0^2) = P(\chi^2 > 6.073) = ?$$

6.073

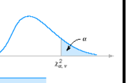


Table III Percentage Points $\chi^2_{\alpha,\nu}$ of the Chi-Squared Distribution

ν \ α	.995	.990	.975	.950	.900	.500	.100	.050	.025	.010	.005
1	.00+	.00+	.00+	.00+	.02	.45	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	.01	.02	.05	.10	.21	1.39	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	.07	.11	.22	.35	.58	2.37	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	.21	.30	.48	.71	1.06	3.36	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86

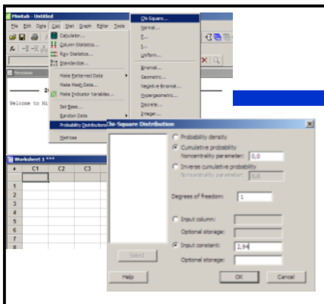
$$\boxed{0.10 < P < 0.50}$$

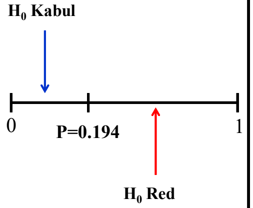
Örnekte, $\chi_0^2 = 6.073$ tür ve tablodaki 3.36 ve 7,78 değerleri arasındadır.

Bu nedenle, *P değeri,* 0.50 ve 0.10 arasında olmalıdır.

Örnek 2 (Devam)

(Minitab Çözümü)





Cumulative Distribution Function

Chi-Square with 4 DF

x	P(X <= x)
6,073	0,8060237

P değeri=1-0,806 ≈ 0,194

Sonuç: α=0.05<P=0.194 olduğundan H_0 Kabul

Kolmogorov Smirnov Uyum Testi

Kolmogorov Smirnov testi bir örneklemin hipotezlenen sürekli bir dağılımdan gelip gelmedigine karar vermek için kullanılır. Test, Deneysel (Birikimli) Dağılım fonksiyonuna dayanır.

$x_1, \ldots, x_n$; F(x) Sürekli Birikimli Dağılımından alınan rassal örneklem olsun.

Deneysel Birikimli Dağılım $\hat{F}_n(x)$ aşağıdaki gibi ifade edilir:

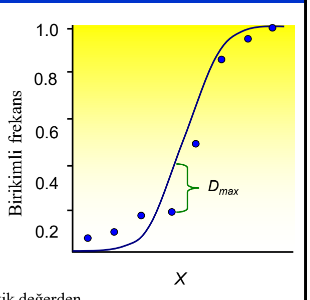
$$\boxed{\hat{F}_n(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} I_{X_i \le x}}{n}} \qquad I_{X_i \le x} = \begin{cases} 1 & , \ X_i \le x \\ 0 & , \ \text{degilse} \end{cases}$$

Kolmogorov Smirnov Uyum Testi (Devam)

- Test, sıfır hipotezi altında gözlenen birikimli dağılımla, beklenen birikimli dağılımı karşılaştırır.

Test istatistiği:

$$D_n = \sup_x \left\{ \left| \hat{F}_n(x) - F(x) \right| \right\}$$



Test istatistiği D_n, tablodan elde edilen kritik değerden büyükse seçilen α anlam düzeyinde H_0 hipotezi reddedilir.

Kolmogorov Smirnov Uyum Testi (Devam)

Örnek 3: Tanker Boşaltım Süreleri

- Bir limanda tankerlerin boşaltım süreleri (dk.) rassal olarak gözlemlenmiş ve yanda verilen 6 örneklem verisi oluşturulmuştur.
- Boşaltım sürelerinin Normal dağılıma uyup uymadığına Kolmogorov Smirnov testiyle karar verin.

Süre (dk.)
338.7
308.5
317.7
322.7
313.1
294.2

Örnek 2 (Devam)
(Test Prosedürü)

1. Boşaltım sürelerinin μ=315.82 ve $\sigma^2 = (14.85)^2$ parametreli Normal dagılıma uyumu
2. H_0:Boşaltım süreleri μ=315.82 ve $\sigma^2 = (14.85)^2$ parametreli Normal dagılıma uyar.
3. H_1:Boşaltım süreleri μ=315.82 ve $\sigma^2 = (14.85)^2$ parametreli Normal dagılıma uyar.
4. α=0,05
5. Test istatistigi: $D_n = \sup_x \{ |\hat{F}_n(x) - F(x)| \}$

D_n asagıdaki sekilde hesaplanabilir:

$$D_n^+ = \sup_{1\le i\le n}\{\frac{i}{n} - F(X_{(i)})\}, \qquad D_n^- = \sup_{1\le i\le n}\{F(X_{(i)}) - \frac{i-1}{n}\}$$

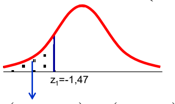
$$D_n = \sup\left\{D_n^+, D_n^-\right\}$$

Örnek 2 (Devam)
(Normal Dağılımdan F(x) Hesabı)

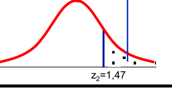
$$F_0(294) = P(X \le 294)$$

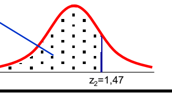
$$= P\left(\frac{X-\mu_0}{\sigma_0} \le \frac{294-\mu_0}{\sigma_0}\right) = P\left(Z \le \frac{294-\mu_0}{\sigma_0}\right)$$

$$= P\left(Z \le \frac{294-315.82}{14.85}\right) = P(Z \le -1.47)$$



$$P(Z \le -1.47) = P(Z \square 1.47) = 1 - P(Z \le 1.47)$$

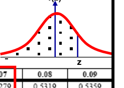




Örnek 2 (Devam)
(Normal Dağılımdan F(x) Hesabı)

$$P(Z \le -1.47) = 1 - P(Z \le 1.47)$$

$$= 1 - 0.9292 = 0.0708$$



$P(Z \le 1.47) = 0.9292$

Z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936

Örnek 2 (Devam)
(Test istatistiğinin hesabı)

n	Gi	$F_0(X_{(i)})$	i/n	(i-1)/n	D_n^+	D_n^-
1	294.2	0.072711	1/6	(1-1)/6	0.093955	0.072711
2	308.5	0.311031	2/6	(2-1)/6	0.022302	0.144365
3	313.1	0.427334	3/6	(3-1)/6	0.072666	0.094001
4	317.7	0.550371	4/6	(4-1)/6	0.116295	0.050371
5	322.7	0.678425	5/6	(5-1)/6	0.154908	0.011759
6	338.7	0.938310	1	(6-1)/6	0.061690	0.104977

$$D_1^+ = \frac{1}{6} - F_0(X_{(1)})$$
$$= 0.16667 - 0.072711$$
$$= 0.093955$$

$$D_1^- = F_0(X_{(1)}) - \frac{1-1}{6}$$
$$= 0.072711 - 0$$
$$= 0.072711$$

$$D_6^+ = 0.154908 \quad ; \quad D_6^- = 0.144365$$

$$D_6 = \sup\left\{D_6^+, D_6^-\right\}$$
$$= \sup\{0.154908\ , 0.144365\}$$
$$= 0.154908$$

Örnek 2 (Devam)
(Kritik Değerin Tablodan Belirlenmesi)

Kolmogorov–Smirnov Tables

Critical values, $d_{alpha};(n)^{a}$, of the maximum absolute difference between sample $F_n(x)$ and population F(x) cumulative distribution.

Number of trials, n	Level of significance, α 0.10	0.05	0.02	0.01
1	0.95000	0.97500	0.99000	0.99500
2	0.77639	0.84189	0.90000	0.92929
3	0.63604	0.70760	0.78456	0.82900
4	0.56522	0.62394	0.68887	0.73424
5	0.50945	0.56328	0.62718	0.66853
6	0.46799	0.51926	0.57741	0.61661
7	0.43607	0.48342	0.53844	0.57581
8	0.40962	0.45427	0.50654	0.54179
9	0.38746	0.43001	0.47960	0.51332
10	0.36866	0.40925	0.45662	0.48893

Örnek 2 (Devam)
(Test Prosedürü)

6. Eger $D_6 > D_{0,05;6} = 0.51926$ ise H_0 red

7. Hesaplamalar:

$$D_6^{+} = 0.154908 \quad ; \quad D_6^{-} = 0.144365$$

$$D_6 = \sup\left\{D_6^{+}, D_6^{-}\right\} = \sup\left\{0.154908\ , 0.144365\right\}$$

$$= 0.154908$$

8. Sonuclar:

$D_6 = 0.154908 < 0.51926$ oldugu için H_0 hipotezini reddedecek istatistiksel delil mevcut degildir. Tanker bosaltım sürelerinin Normal dagılıma uydugu kabul edilir.

Anderson Darling Uyum Testi

Anderson Darling testi, Kolmogorov Smirnov testi gibi gözlenen birikimli dağılım fonksiyonunu, beklenen birikimli dağılım fonksiyonu ile karşılaştırır.

Bu test, kuyruklara Kolmogrov Smirnov testinden daha fazla ağırlık verir.

Anderson Darling Uyum Testi (Devam)

H_0: Örneklem verileri hipotezlenen dağılıma uyar.
H_1: Örneklem verileri hipotezlenen dağılıma uymaz.

Test istatistigi (A^2):

$$A^2 = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(2i-1)\left[\ln F(x_i) + \ln\left(1 - F\left(x_{n-i+1}\right)\right)\right]$$

Test istatistigi A^2, tablodan elde edilen kritik değerden büyükse seçilen α anlam düzeyinde H_0 hipotezi reddedilir.

ÖDEV

Aşağıda verilen verilerin (0,1) parametreli Düzgün Dağılıma uygunluğu test edin.

0.197210	0.923630	0.079696	0.832154	0.360643	0.083208	0.568475	0.008499	0.836472	0.440646
0.382827	0.394247	0.199930	0.957105	0.730683	0.552806	0.744417	0.515757	0.536751	0.718497
0.879208	0.690746	0.397061	0.156994	0.195555	0.411499	0.586311	0.158483	0.421765	0.188080
0.297322	0.528482	0.422690	0.770514	0.887992	0.967978	0.615445	0.670698	0.647116	0.626807
0.464625	0.204809	0.551111	0.860869	0.988815	0.094934	0.181113	0.219268	0.447590	0.361387
0.284765	0.492112	0.466589	0.390706	0.961162	0.223724	0.435986	0.384299	0.886608	0.858615
0.862333	0.593359	0.779630	0.215573	0.275995	0.010343	0.019124	0.583544	0.285409	0.361187
0.471780	0.672837	0.114593	0.402953	0.760372	0.693873	0.007754	0.393907	0.136137	0.290037
0.711406	0.044159	0.288283	0.674456	0.400125	0.942652	0.104692	0.954433	0.995593	0.450304
0.517830	0.304639	0.923663	0.289262	0.617348	0.225605	0.869898	0.247361	0.675544	0.661731

Stem-and-Leaf Display:

Stem-and-leaf of C1 N = 100
Leaf Unit = 0.010

```
  8   0  00114789
 18   1  0135588999
 31   2  0112247888899
 41   3  0666889999
(13)  4  0012234456679
 46   5  1123556889
 36   6  11246777799
 25   7  1134677
 18   8  335666788
  9   9  224556689
```