EME 3105

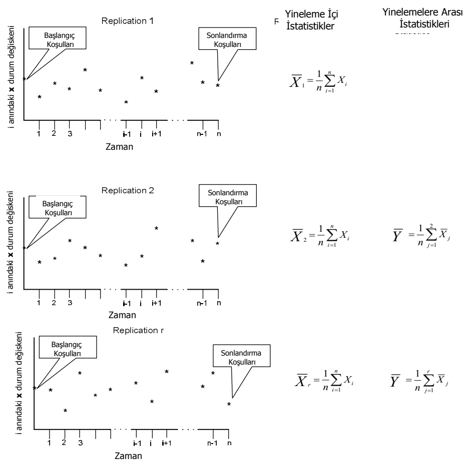
SİSTEM SİMULASYONU

Simulasyonun Yineleme Sayısının Belirlenmesi

Ders 13

Yineleme (Replikasyon) Kavramı

- Bir **yineleme**, başlangıç koşullarından sonlandırma koşullarına kadar sistemin evrimini temsil eden bir **örneklem patikası** üretimidir.
- Tek bir yinelemede toplanan istatistiklere, yineleme içi istatistikler (within replication statistics) denir.
- Birden çok yinelemelerden toplanan istatistiklere ise yinelemeler arası istatistikler (across replication statistics) denir.



Yineleme İçi Veri Tipleri

- **Gözleme dayalı veriler:**

  Bu veri tipi, bir nesnenin belli bir durumda kaldığı süre yada zaman aralığıyla ilgilidir. Nesnenin duruma girdiği an ve durumdan çıkığı an işaretlenerek gözlenir.

  ✓ Örnek: Ortalama Kuyrukta Bekleme Süresi

- **Zamana dayalı veriler:**

  Bu veri tipi sıklıkla model içindeki durum değişkenleriyle ilgilidir ve varlığın içinde bulunduğu durumda kaldığı zaman ağırlıklandırılır.

  ✓ Örnek: Ortalama Kuyrukta Bekleyen Müşteri Sayısı

Bağımsız Yinelemeler Metodu (Sonlu Ufuk Simulasyon)

5

Her bir yinelenmenin (replikasyon) bir sonlandırma koşuluyla bitirildiği ve aynı başlangıç koşullarıyla tekrar başladığı R yinelemeli bir simulasyon gerçekleştirdiğinizi düşünün. Y_{ri}, $i=1,2,\cdots,n_r$ ve $r=1,2,\cdots,R$, olmak üzere r. yinelemenin i. gözlem değeri olsun. Her bir yinelemedeki örneklem ortalaması aşağıdaki formülden hesaplanır:

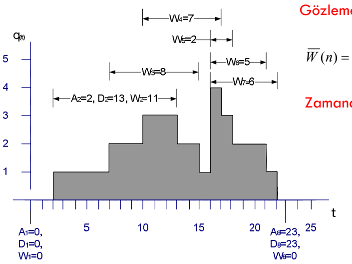
$$\bar{Y}_r = \frac{\sum_{i=1}^{n_r} Y_{ri}}{n_r}, \ r = 1,2,\cdots,R$$

Eğer veriler zamana dayalıysa,

Standart istatistiksel teknikleri kullan.

$$\bar{Y}_r = \frac{\int_0^{T_E} Y_r(t)dt}{T_E}$$

$\bar{Y}_r$, yineleme içi istatistiklerinin örneklem ortalamasıdır. Bu ortalama, her bir yinelemenin sonunda gözlenebilen bir rassal değişkendir ve bu nedenle $\bar{Y}_r$ ($r=1,2,\cdots,R$), rassal bir örneklem oluşturur.



Gözleme ve Zamana Dayalı Veriler İçin Örneklem Patikası

$A_i; i=1...n$ olmak üzere i. müşterinin kuyruğa girme zamanı
$D_i; i=1...n$ olmak üzere i. müşterinin kuyruktan çıkış zamanı
$W_i = D_i - A_i; i=1...n$ olmak üzere i. müşterinin kuyrukta geçirdiği süre

Gözleme dayalı veriler– Arena'da TALLY

$$\bar{W}(n) = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i}{n}$$

Zamana dayalı veriler – Arena'da DSTAT

$$\bar{L}_q(n) = \frac{\int_{t_0}^{t_n} q(t)dt}{t_n - t_0} = \sum_{k=1}^{n} \frac{q_k(t_k - t_{k-1})}{t_n - t_0} = \frac{\sum_{k=1}^{n} q_k v_k}{t_n - t_0} = \frac{\sum_{k=1}^{n} q_k v_k}{\sum_{k=1}^{n} v_k}$$

Simulasyonda Zaman Ufukları

7

Sonlu Ufuk: Sonlu ufuklu simulasyonda, simulasyonun sonunu işaret eden, iyi bir şekilde tanımlanmış sonlanma zamanı yada sonlanma koşulu belirlenebilir.

- Sonlu ufuk simulasyonları sıklıkla, sonlanan simulasyonlar şeklinde isimlendirilir; çünkü bu tür simulasyonlarda sonlandırma koşulları açıktır.
  - ✓ **Banka:** Banka 09.00'da açılır, 17.00' de kapanır.
  - ✓ **Bir müşteri siparişini hazırlama**: 100 ürün üretmek için yeni bir anlaşma imzaladığınızı kabul edin. Maliyeti, teslim zamanını vb. görmek için 100 ürünün üretimini simule edebiliriz

Örnekler

8

Sonsuz Ufuk: Bir sonsuz ufuk simulasyonda iyi bir şekilde tanımlanmış sonlanma zamanı yada sonlanma koşulu yoktur. Planlama periyodu, sistemin ömrüdür ve kavramsal bakış açısıyla sonsuza kadar sürer.

- Sonsuz ufuk simulasyonları sıklıkla, kararlı durum (steady state) simulasyonları diye isimlendirilir. Çünkü sonsuz ufuk simulasyonunda sistemin uzun dönemdeki yada kararlı haldeki davranışıyla ilgilenilir.
  - ✓ **Kararlı hal çıktısını ölçmekle ilgilendiğimiz bir fabrika**
  - ✓ **Haftanın 7 günü, 24 saat açık olan bir hastanenin ilk yardım bölümü**
  - ✓ **Her zaman çalışır durumda olan bir telekomünikasyon sistemi**

Örneklem Büyüklüğünün Belirlenmesi

Tüm kitleyle ilgili veri toplamak için büyük örneklem seçmek pahalıdır. Diğer taraftan kitle parametrelerinin iyi tahminlerini elde etmek için yeterli büyüklükte örneklem seçilmelidir.

Örneklem büyüklüğü ne olmalıdır sorusunun yanıtı temel olarak 2 faktöre bağlıdır:

1. Güven aralığı ne kadar dar olmalı?
2. Güven aralığı ne kadar güvenle kitle parametresini içine almalı?

Örneklem Büyüklüğünün Belirlenmesi

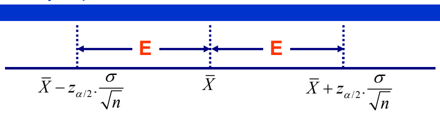
(σ^2 Biliniyor)

Çoğu kez $\bar{x}$, μ' ye tam olarak eşit olmaz ve nokta tahmininde hata vardır. Bu hatanın büyüklüğü μ ve $\bar{x}$ arasındaki farktır. $\bar{X}$ tahmin edicisi ve μ parametresi arasındaki $|\bar{x}-\mu|$ fark, tahminin örneklem hatasıdır.

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Örneklem Büyüklüğünün Belirlenmesi

(σ^2 Biliniyor)



Sonuç 1: $\bar{x}$, μ' nün bir tahmini olarak kullanılırsa, 1-α güvenle hatanın $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ den küçük oluğu söylenebilir.

Sonuç 2: $\bar{x}$, μ' nün bir tahmini olarak kullanılırsa, hatanın belli bir E değerinden küçük olacağını 1-α güvenle söyleyebilmek için örneklem büyüklüğü aşağıdaki gibi olmalıdır:

$$n = \left[\frac{Z_{\alpha/2}\sigma}{E}\right]^2$$

Örneklem Büyüklüğünün Belirlenmesi

(σ^2 Bilinmiyor)

%100$(1-\alpha)$ güvenle karşılaşılabilecek en büyük örnekleme hatası [E], yarı güven genişligi kadardır.

$$h = t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq E$$

$$\boxed{n \geq \left(\frac{t_{\alpha/2, n-1} s}{E}\right)^2}$$

Alternatif olarak, Normal dağılım kullanılarak da gerekli örneklem büyüklügüne yaklaşılabilir.

$$\boxed{n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2} s}{E}\right)^2}$$

Yarı Genişlikli Güven Aralığı
(σ^2Bilinmiyor)

μ parametresi için % 100 (1-α) Güven Aralığı:

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}$$

Güven Aralığının yarı genişliği:

$$h = t_{\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}$$

Yarı Genişlikli Güven Aralığı (Excel Hedef Ara)

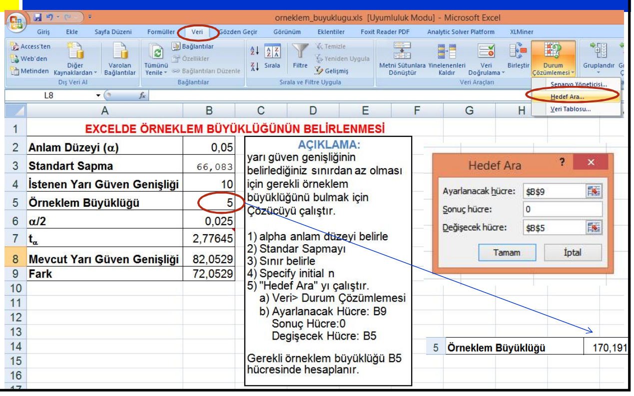
	A	B
1	EXCELDE ÖRNEKLEM BÜYÜKLÜĞÜNÜN BELİRLENMESİ	
2	Anlam Düzeyi (α)	0,05
3	Standart Sapma	66,083
4	İstenen Yarı Güven Genişliği	10
5	Örneklem Büyüklüğü	5
6	α/2	0,025
7	t_α	2,77645
8	Mevcut Yarı Güven Genişliği	82,0529
9	Fark	72,0529

AÇIKLAMA:
yarı güven genişliğinin belirlediğiniz sınırdan az olması için gerekli örneklem büyüklüğünü bulmak için Çözücüyü çalıştır.

1) alpha anlam düzeyi belirle
2) Standar Sapmayı
3) Sınır belirle
4) Specify initial n
5) "Hedef Ara" yı çalıştır.
   a) Veri> Durum Çözümlemesi
   b) Ayarlanacak Hücre: B9
      Sonuç Hücre:0
      Degişecek Hücre: B5

Gerekli örneklem büyüklüğü B5 hücresinde hesaplanır.

Yarı Genişlikli Güven Aralığı (Excel Hedef Ara)



Yarı Güven Aralığı Oranı Metodu

h_0, n_0 yinelemeden olusan pilot simulasyon çalışmasından elde edilen yarı güven aralığı için başlangıç değeri olsun.

$$h_0 = t_{\alpha/2,n_0-1}\frac{s_0}{\sqrt{n_0}} \longrightarrow n_0 = t^2_{\alpha/2,n_0-1}\frac{s_0^2}{h_0^2}$$

$$n = t^2_{\alpha/2,n-1}\frac{s^2}{h^2}$$

n yineleme için başka bir çözüm bulalım.

$t_{\alpha/2,n-1}$'nın yaklaşık olarak $t_{\alpha/2,n_0-1}$'e ve s^2'nin yaklaşık olarak s_0^2'e eşit olduğunu kabul ederek,

$$n \cong n_0\frac{h_0^2}{h^2}$$

Sonuçlar

17

- Resource
- User Specified
  - Tally
  - Counter
  - Time Persisten
  - Output

Expression

	Average	Half Width
ProbTooBig	0.03133511	0.01
ProbTooSmall	0.03571710	0.01

Interval

	Average	Half Width
Record Make and Inspect Time	365.79	47.27

$n_0 = 10$, $h_0 = 47.27$, ve $h = 20$ ile $n \cong n_0 (h_0^2 / h^2)$ yarı güven aralığı metodundan gerekli kriteri sağlamak için yaklaşık $n = 56$ yineleme gereklidir.

Yarı Güven Aralığı Oranı Metodu (Excel Çözüm)

18

	A	B	C	D	E	F
1						
2	EXCELDE ÖRNEKLEM BÜYÜKLÜĞÜNÜN BELİRLENMESİ (ORAN)					
3	Başlangıç Yarı Güven Genişliği	47,27				
4	Başlangıç Yineleme Sayısı	10				
5	İstenen Yarı Güven Genişliği	15				
6	Gerekli Örneklem Büyüklüğü	99,30902				
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						

Arena, gercekleştirdiğiniz pilot yinelemelerle 95% güven aralığı için yarı genişlik verir.

1) Arena çıktısındaki yarı güven genişliğini B3 hücresine girin.

2) Başlangıç yineleme sayısını B4 hücresine girin.

3) Olmasını istediğiniz yarı güven genişliğini B5 hücresine girin.

İstediğiniz yarı güven genişliğini sağlamak için gereken yineleme sayısı B6 hücresinde hesaplanmıştır.