

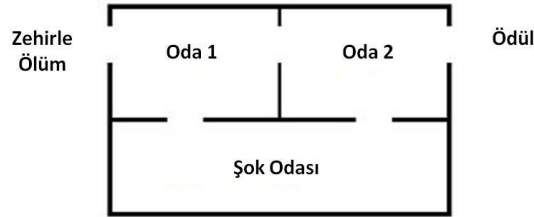
Yöneylem Araştırması-III
Kısa Sınav 2

1) Bir firmada çalışan bir işçinin maaş yapısı aşağıdaki 1-adım geçiş olasılık matrisli Markov zinciriyle karakterize edilebilir. (3 maaş kademesi A, B, C; 3 durumla gösterilir ve durum geçişleri her yıl açığa çıkar.)

$$P = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 & 0 \\ 1/10 & 8/10 & 1/10 \\ 0 & 2/10 & 8/10 \end{pmatrix}$$

- Bu matrisle ilişkili geçiş diyagramını çizin.
- Bir işçinin başlangıçta A durumunda bulunduğu verildiğinde 4 yıl sonra yine A durumunda bulunma olasılığı nedir?
- Bir işçinin 20. yıl B durumunda olduğu verildiğinde 22. yıl C durumunda bulunma olasılığı nedir?

2) Aşağıda şekli verilen labirenti göz önüne alın. Labirent 3 odadan (Oda 1, Oda 2 ve Şok Odası) ve çıkışlardan birinde farenin zehirle öldüğü, diğerinde ise peynirle ödüllendirildiği iki çıkıştan oluşmaktadır. Başlangıçta fare Oda 1'e yerleştirilir. Her dakika fare mevcut bulunduğu odadan aşağıda verilen olasılıklara göre bitişikteki odalardan birine, yada zehirle öldüğü/peynirle ödüllendirildiği çıkışlardan birine geçmektedir. Farenin Oda 1'den Oda 2'ye, yada Şok Odasına, yada Zehirle Ölüm çıkışına geçme olasılığı 1/3'tür. Farenin Oda 2'den Oda 1'e yada Şok Odasına yada Ödül çıkışına geçme olasılığı yine 1/3'tür. Oda 1 ile Şok Odası arasında tek yönlü açılan kapı vardır, bu nedenle fare Şok Odasından sadece Oda 2'ye geçebilir.



X_n : Farenin n. dakikada labirentteki durumu olsun.

- Durum Uzayı S'yi yazın.
- $\{X_n, n \geq 0\}$ stokastik süreci Markov Zinciri olarak modellenenabilir mi? Açıklayın.
- Markov Zincirinin geçiş diyagramını çizin.
- Markov Zincirinin P, tek adım geçiş matrisini yazın.
- Labirente oda 1'den bırakılan bir farenin 2 dakika sonra yine oda 1'de olma olasılığını hesaplayın.
5. dakikanın başında oda 1'de olan bir farenin 7. dakikada yine oda 1'de olma olasılığını hesaplayın.
5. dakikanın başında oda 2'de olan bir farenin 8. dakikada zehirle ölmesi olasılığını hesaplayın.

3) EBİTET dergisi aboneleriyle ilgili gözlemsel olarak şu bilgilere sahiptir: Hâlihazırda dergiye **yeni abone** olanların % 20'si ilk yıl içinde aboneliklerini iptal etmektedir. **1 yıldır dergiye abone** olanların % 10'u, 2. yılda aboneliklerini iptal etmektedir. **2 yıl yada daha uzun süredir dergiye abone** olanların % 4'ü, herhangi bir yılda aboneliklerini sona erdirmektedir.

- Verilen sürecin durum değişkeni X_n 'i tanımlayın.
- Durum uzayını (S) yazın.
- Verilen süreç Markov Zinciri olarak modellenenir mi? Açıklayın.
- Markov Zincirinin Tek Adım Geçiş Matrisini yazın.
- 1 yıldır dergiye abone olan bir üyenin ertesini aboneliğini iptal ettirme olasılığını hesaplayın.
- 1 yıldır dergiye abone olan bir üyenin ertesini yıl aboneliğini devam ettirme olasılığını hesaplayın.
- Dergiye yeni abone olan bir üyenin 3 yıl sonra aboneliğini iptal ettirme olasılığını hesaplayın.

Not: Bir kez aboneliğini iptal ettiren müşterilerin, bir daha asla dergiye abone olmadıklarını varsayın.

4) Basit bir endüstriyel robot 4 ayrı motorla kontrol edilerek, 4 eksenle hareket edebilmektedir: Dönme (sağ/sol), kaldırma (yukarı/aşağı), uzanma (içeri/dışarı) ve kavrama (tutma/serbest bırakma). Robotun bir işlemi gerçekleştirilmesi, bu hareketlerin bir dizisi ile olmaktadır. Örneğin bir objenin alınması; robot kolun bu objeye dönmesi, uzanması, kavraması ve kaldırması hareket dizisiyle gerçekleşir. Kontrol yazılımını hızlandırabilmek için bu hareketlerin nasıl gerçekleşeceğini tahmin etmeyle ilgilenmekteyiz. Örneğin, eğer bir dönüş hareketi büyük ihtimalle bir uzanma hareketi tarafından takip ediliyorsa, uzanmayı kontrol eden yazılım kodu önce okunabilir. Tipik görevler kümesini temsil eden robot programlarından bir örnek alınmış ve aşağıdaki tabloda verilen sayı verileri türetilmiştir.

Mevcut Hareket	Sonraki Hareket			
	Dönme	Kaldırma	Uzanma	Kavrama
Dönme	5	40	90	15
Kaldırma	50	2	20	80
Uzanma	30	40	20	60
Kavrama	15	90	30	15

Veri kümesinin, ana kitlenin davranışını temsil ettiğini varsayın.

- Verilen sürecin durum değişkeni X_n 'i tanımlayın ve durum uzayını (S) yazın.
- Verilen süreç Markov Zinciri olarak modellenenir mi? Açıklayın.
- Markov Zincirinin Tek Adım Geçiş Matrisini yazın.
- Robotun kaldırma hareketinden 2 hareket sonra kavrama hareketi yapması olasılığını hesaplayın.
- Robotun uzanma hareketinden 3 hareket sonra dönme hareketi yapması olasılığını hesaplayın.

5) Bir sunucu bilgisayar her saatin sonunda kontrol edilmektedir. Kontrol sonucunda sunucunun ya çalıştığı yada bozuk olduğu görülür. Eğer kontrolde sunucunun çalıştığı görülürse, sunucunun sonraki saat çalışır durumda kalma olasılığı 0.90'dır. Eğer kontrolde sunucunun bozuk olduğu görülürse, sunucu tamir edilir ve bu tamir işlemi 1 saatten uzun sürebilir. Her ne zaman sunucu çalışmaz durumdaysa, sunucunun ne kadar zamandır bozuk olduğuna bakılmaksızın, sunucunun 1 saat sonra hala bozuk olma olasılığı 0.35'tir.

- (a) Her saat sonunda sunucunun durumunun neden bir Markov zinciri olduğunu açıklayın.
- (b) Markov zincirinin 1-adım geçiş olasılık matrisini yazın ve geçiş diyagramını çizin.
- (c) Sunucunun 0 anında çalışır durumda olduğu verildiğinde, 3 saat sonra yine çalışır durumda olma olasılığını bulun.

7) Bir imalatçı önümüzdeki 5 aylık periyot için optimal üretim çizelgesini belirlemeye çalışmaktadır. Geçmişteki talepler ve şu ana kadar yapılmış kontratlar sonucu her bir ayın talebinin tam olarak aşağıda verildiği şekilde gerçekleşeceği varsayılmaktadır:

Ay 1 Talep	Ay 2 Talep	Ay 3 Talep	Ay 4 Talep	Ay 5 Talep
220 ad.	280 ad.	360 ad.	140 ad.	270 ad.

İmalatçının her parti üretiminde katlanmak zorunda olduğu tezgâh hazırlık maliyeti $K=250\ 000$ TL, 1 ad. ürünü 1 ay boyunca stokta bulundurma maliyeti ise $h=1000$ TL'dir. Başlangıçta imalatçıda stok bulundurulmadığı varsayılmaktadır.

Eğer bir ay üretim yapılacaksa, o aydaki ve sonraki aylardaki talebi tam olarak karşılayacak miktarda üretim yapılmalıdır. Örneğin 3. ay ya 360 ad., ya $360+140=500$ ad. yada $360+140+270=770$ ad. veya 0 ad. üretim yapılacaktır.

Bu soruda üretim süresinin bulunmadığını varsayın. Örneğin 3. Ay 770 ad. (3. ayın talebi+4. ayın talebi+5. ayın talebi) kadar üretim yapılacaksa 360 ad. 3. ayki talebi karşılamak için kullanılır, 140 ad. ürün 1 ay stokta bekler ve 270 ad. ürün 2 ay stokta bekler. Bu durumda 3. Ay 770 ad. ürün üretmenin maliyeti $250000 + 1.140.1000 + 2.270.1000 = 930\ 000$ TL olur.

Toplam hazırlık + stok maliyetini minimize eden üretim programını bulun.