

FİZ3201 KUVANTUM FİZİĞİ II
Ödev 6

1. Kütleleri m_1 ve m_2 olan iki parçacığın etkileşme potansiyeli, aralarındaki $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ vektörüne bağlı olsun. Schrödinger denklemi \vec{r}_1 ve \vec{r}_2 değişkenleri yerine \vec{r} ve $\vec{R} \equiv (m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2)/(m_1 + m_2)$ (kütle merkezi) cinsinden yazıldığında ayrılabilir hale gelir.

- (a) İndirgenmiş kütle $\mu \equiv m_1m_2/(m_1 + m_2)$ olduğuna göre,

$$\begin{aligned}\vec{r}_1 &= \vec{R} + \frac{\mu}{m_1}\vec{r} & \vec{\nabla}_1 &= \frac{\mu}{m_2}\vec{\nabla}_R + \vec{\nabla}_r \\ \vec{r}_2 &= \vec{R} - \frac{\mu}{m_2}\vec{r} & \vec{\nabla}_2 &= \frac{\mu}{m_1}\vec{\nabla}_R - \vec{\nabla}_r\end{aligned}$$

dönüşümlerini elde edin.

- (b) Değişken değişikliği ile zamandan bağımsız Schrödinger denkleminin

$$\frac{-\hbar^2}{2(m_1 + m_2)}\nabla_R^2\psi - \frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_r^2\psi + V(\vec{r})\psi = E\psi$$

şeklinde ayrılacağını gösterin.

- (c) Değişkenlerin ayrılabilirliğini,

$$\psi(\vec{R}, \vec{r}) = \psi_R(\vec{R})\psi_r(\vec{r}),$$

kullanarak kütle merkezinin serbest parçacık gibi hareket ettiğini ve iki parçacığın birbirine göre bağıl hareketinin, $V(\vec{r})$ potansiyelindeki indirgenmiş tek bir kütle hareketine denk olduğunu gösterin.

2. Kütleleri m olan ve etkileşmeyen iki özdeş parçacığın sonsuz kare kuyu potansiyelinde hareket ettiğini düşünelim. Bunlardan biri ψ_n ve diğeri ψ_m öz durumunda olsun. Bu parçacıkların

- (a) ayırtedilebilir (distinguishable)
(b) bozon
(c) fermiyon

olması halleri için $\langle (x_1 - x_2)^2 \rangle$ değerini hesaplayın.

3. Sonsuz kare kuyu potansiyelinin merkezine bir delta fonksiyonu tümseği $H' = \alpha\delta(x - \frac{a}{2})$ koyduğumuzu düşünelim. Burada α sabit bir sayı ise

- (a) İzin verilen enerjilere birinci dereceden düzeltmeleri hesaplayın. Çift sayılı n . düzeylerin enerjilerinin neden bozulmadığını açıklayın.
(b) Enerjilere gelen ikinci dereceden düzeltmeleri hesaplayın.

4. Yüklü bir parçacığın basit harmonik salıncı potansiyeli etkisinde olduğunu düşünelim. Zayıf bir elektrik alan oluşturarak potansiyel enerjisi $H' = -qEx$ kadar değiştirdiğimizde

- (a) Enerji seviyelerinde birinci dereceden düzeltme olmayacağını gösterin ve ikinci derece düzeltmeleri hesaplayın.
(b) Bu sistemin Schrödinger denklemi

$$x' \equiv x - \left(\frac{qE}{m\omega^2}\right)$$

değişken değişimi yapıldığında kesin olarak çözülebilir. Buna göre, kesin enerji değerlerini belirleyin ve bunların perturbasyon teorisi yaklaşımı ile uyumlu olduğunu gösterin.