

**FİZ3201 KUVANTUM FİZİĞİ II**  
**Ödev 5**

1. Bir elektron,  $B_0$  ve  $\omega$  sabit olacak şekilde, zamanla dalgalanan

$$\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \hat{k}$$

manyetik alanında duruyor.

- (a) Bu sistemin hamiltonian matrisini kurun.  
 (b) Elektron başlangıç ( $t=0$ ) anında  $x$ -eksenine göre spin yukarı, yani  $\chi(0) = \chi_+^{(x)}$  durumunda ise daha sonraki zamanlar için spin durumu  $\chi(t)$ 'yi belirleyin.  
 (c)  $S_x$  ölçümünde  $-\hbar/2$  gözleme olasılığını hesaplayın.

2. İki spin-1/2 parçacığın singlet konfigürasyonunda olduğu biliniyor olsun.  $S_a^{(1)}$ , birinci parçacığın  $\hat{a}$  birim vektörü yönündeki ve  $S_b^{(2)}$  de ikinci parçacığın  $\hat{b}$  birim vektörü yönündeki spin açıl momentumu bileşeni ise

$$\langle S_a^{(1)} S_b^{(2)} \rangle = -\frac{\hbar^2}{4} \cos \theta$$

olduğunu gösterin. Burada  $\theta$ ,  $\hat{a}$  ve  $\hat{b}$  arasındaki açıdır.

3. Keyfi bir  $s_1$  ile  $s_2 = 1/2$  spin açıl momentum sayılarının toplamında elde edilecek tüm Clebsch-Gordan katsayılarını bulun.

4. Klasik elektrodinamikte, hızı  $\vec{v}$  olan bir  $q$  yükü,  $\vec{E}$  elektrik ve  $\vec{B}$  manyetik alanından geçerken

$$\vec{F} = q \left( \vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right)$$

Lorentz kuvvetini hisseder. Burada

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \text{ve} \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

alanları  $\phi$  skalar ve  $\vec{A}$  vektör potansiyelleri ile tanımlanır.

- (a) Lorentz kuvvetinin,

$$\vec{F} = q \left[ -\vec{\nabla} \phi + \frac{1}{c} \vec{\nabla} (\vec{v} \cdot \vec{A}) - \frac{1}{c} \frac{d\vec{A}}{dt} \right]$$

formunda yazılabileceğini gösterin.

- (b) Lagrangian formalizminde hıza bağlı  $U(q_i, \dot{q}_i)$  potansiyeli,

$$F_i = -\frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial U}{\partial \dot{q}_i} \right)$$

ifadesiyle verildiğine göre hıza bağlı genel  $U(q_i, \dot{q}_i)$  fonksiyonunun,

$$U = q\phi - \frac{q}{c} \vec{v} \cdot \vec{A}$$

olduğunu gösterin.

- (c) Lagrangian ( $L$ ), kinetik ( $T$ ) ve potansiyel ( $U$ ) enerjinin fonksiyonudur :  $L = T - U$ . Kanonik momentum  $p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$  ve hamiltonian  $H = \sum_i p_i \dot{q}_i - L$  ile tanımlandığına göre

$$\vec{p} = m\vec{v} + \frac{q}{c}\vec{A} \quad \text{ve} \quad H = \frac{1}{2m} \left( \vec{p} - \frac{q}{c}\vec{A} \right)^2 + q\phi$$

olduğunu gösterin.

- (d) Parçacığın hızının beklenen değerinin

$$\frac{d\langle \vec{r} \rangle}{dt} = \frac{1}{m} \langle \left( \vec{p} - \frac{q}{c}\vec{A} \right) \rangle$$

olduğunu gösterin.

- (e) Parçacığın hissettiği Lorentz kuvvetinin beklenen değerinin

$$m \frac{d\langle \vec{v} \rangle}{dt} = q\langle \vec{E} \rangle + \frac{q}{2mc} \langle (\vec{p} \times \vec{B} - \vec{B} \times \vec{p}) \rangle - \frac{q^2}{mc^2} \langle (\vec{A} \times \vec{B}) \rangle$$

olduğunu gösterin.

- (f)  $\vec{E}$  ve  $\vec{B}$  alanları düzgün (uniform) ise Lorentz kuvveti için Ehrenfest teoreminin sağlandığını gösterin :

$$m \frac{d\langle \vec{v} \rangle}{dt} = q \left( \vec{E} + \frac{1}{c} \langle \vec{v} \rangle \times \vec{B} \right)$$

- (g) Gauge transformasyonu ile elde edilen

$$\phi' \equiv \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t} \quad \text{ve} \quad \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \Lambda$$

potansiyellerinin  $\phi$  ve  $\vec{A}$  potansiyelleri ile aynı alanları ( $\vec{E}$  ve  $\vec{B}$ ) oluşturacağını gösterin. Burada  $\Lambda$ , konum ve zamana bağlı herhangi bir gerçel fonksiyondur. Alanlar gauge transformasyonundan etkilenmediğinden dolayı elektromanyetik teori gauge değişmezdir (gauge invariant).