KIRILMA MEKANİĞİNİN GELİŞİMİ

19.Yüzyıl endüstri devrimi ile birlikte metal malzemelerin kullanımında büyük artış görülmüş ve bunun sonucunda kazalar da artmıştır. Bu durum, kırılma konusunun araştırılmasına neden olmuştur. Genellikle kazalar;

- Basınçlı kapların patlaması,
- Boruların patlaması,
- Buhar kazanlarının patlaması,
- Köprülerin çökmesi,
- Kara,deniz ve hava ulaşım araçlarında görülen kazalar

şeklinde görülmüştür.

Bu kazaların önemli sebepleri de;

- Tasarım hataları,
- Üretim (imalat) hataları,
- Konstrüksiyon (montaj) hataları,
- Operasyon (işletme) hatalarıdır.

Bu hatalar;

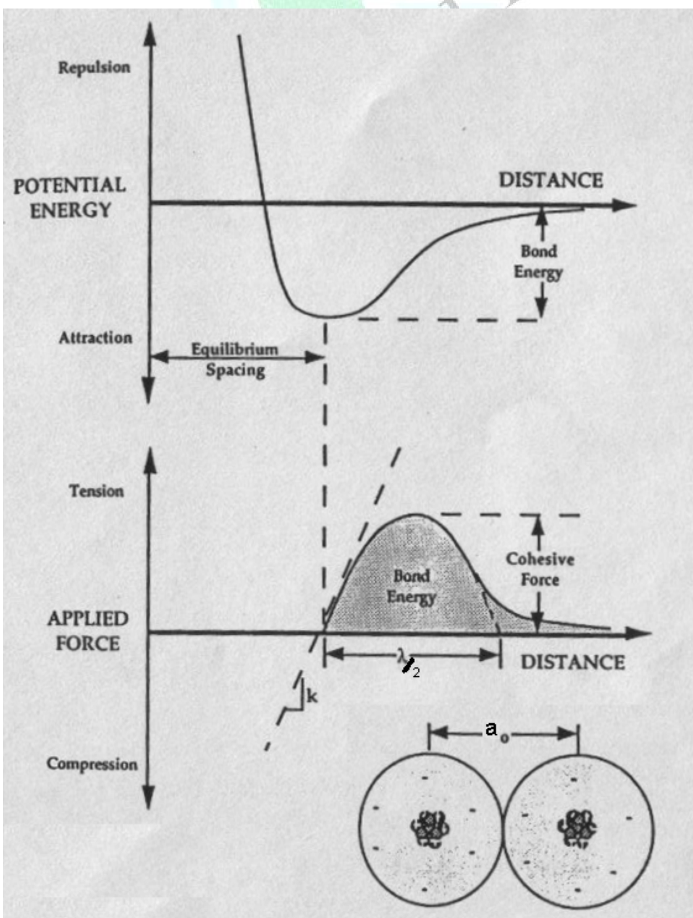
- İnsan hatalarından (ihmalkarlık, kusurlu işçilik…)
- Gerilme analizlerinin iyi yapılmamış olmasından,
- Standart olmayan malzeme kullanılmasından (yeni bir malzeme, yeni bir tasarım yöntemi daima risk taşır.)
- Operatör hatasından meydana gelebilir.

Kazalardan en az hasarla kurtulmanın yolu, o anki en son teknolojinin kullanılması ile mümkündür. 2.ci dünya savaşı sonrası yüksek mukavemetli malzemelerin kullanımında hızlı bir artış olmuştur. Ancak ; yüksek mukavemetli malzemeler gevrek davranış gösterirler. Yani, az enerji ile kırılırlar. Bu kırılma olayları,kırılma mekaniğinin gelişimini kamçılamıştır.

METALLERDE TEORİK MUKAVEMET

Cisimlerin en küçük yapı birimi atomlardır. Atomları, atomlar arası bağ kuvvetleri bir arada tutar. Bağ kuvvetleri cisim mukavemetinin temelini oluşturur. Atomlar arası bağ kuvvetleri, atomları bir arada tutarak iç yapıyı oluşturur. Malzemenin fiziksel özellikleri büyük ölçüde iç yapıya bağlıdır. Bağlar kuvvetli ise malzeme kuvvetli, elastisite modülü yüksek, ergime sıcaklığı yüksek olur. Fakat, ısıl genleşme katsayısı düşük olur.

Atomlar bireysel halde potansiyel enerjiye sahiptir. Aralarında bağ oluşunca, potansiyel enerji azalır. Denge konumunda minimum olur. Dolayısıyla, kararlı yapı meydana gelir.



Atomları denge konumundan uzaklaştırmak için ya kuvvet uygulanır yada ısı enerjisi verilir. (F-x) veya (σ-x) eğrileri, sinüs eğrisine benzetilebilir. (bkz.şekil).

O zaman ;

$\sigma=\sigma_{max}.\mathrm{Sin}\,(2\pi/\lambda).x$ (1)

Küçük şekil değiştirmeler için (Sin2x=2x) şeklinde yazılabilir. Ve lineer bir bağıntıdır. Dolayısı ile;

$\sigma=\sigma_{max}.(2\pi/\lambda).x$ yazılır. (2)

Gevrek malzemelerde;

$\sigma=E.\varepsilon=E.(x/a_0)$ yazılabilir. (3)

(2) ve (3) eşitlenirse;

$\sigma_{max}.(2\pi/\lambda).x = E.(x/a_0)$ buradan,

$\sigma_{max}=(E.\lambda)/(2\pi.a_0)$ bulunur.

Malzeme gevrek olduğundan kuvvetin yapacağı iş,çatlak oluşturmak olacaktır. Yani, iki yeni çatlak yüzeyi doğacaktır. Bu yüzeylerin birim alanlarının sahip olduğu yüzey enerjisi (γ) dır. Atomları ayırmak (malzemeyi kırmak) için harcanan iş;

$$dW=\int_0^{\lambda/2}\sigma_{max}.\sin\frac{\pi.x}{\frac{\lambda}{2}}.dx=\int_0^{\lambda/2}\sigma_{max}.\sin\left(\frac{2\pi.x}{\lambda}\right).dx$$

$$W=\sigma_{max}.\frac{1}{\frac{2\pi}{\lambda}}.(-1).\left[\cos\frac{2\pi}{\lambda}.x\right]_0^{\lambda/2}$$

$$W=\sigma_{max}.\frac{\lambda}{2\pi}.(-1).\left|\left(\cos\frac{2\pi}{\lambda}.\frac{\lambda}{2}\right)-\left(\cos\frac{2\pi}{\lambda}.0\right)\right|$$

$$W=\sigma_{max}.\frac{\lambda}{2\pi}(-1).\big((-1)-(+1)\big)=\sigma_{max}.\frac{2\lambda}{2\pi}\Rightarrow\left[W=\sigma_{max}.\frac{\lambda}{\pi}\right]$$

Bu iş iki yeni çatlak oluşturmak için harcanacağından;

$$W = 2\gamma$$

$$W = \sigma_{\max} . \frac{\lambda}{\pi}$$ bu iki eşşitlikte

$$\sigma_{\max} . \frac{\lambda}{\pi} = 2\gamma$$

$$\lambda = \frac{2\pi\gamma}{\sigma_{\max}}$$ bulunur.

Bu değer esas denklemde yerine konursa;

$$\sigma_{\max} = \frac{E.\lambda}{2\pi.a_0} = \frac{E}{2\pi.a_0} . \frac{2\pi\gamma}{\sigma_{\max}}$$

$$\sigma_{\max}^2 = \frac{E.\gamma}{a_0} \Rightarrow \sigma_{\max} = \sqrt{\frac{E.\gamma}{a_0}}$$

teorik mukavemet $\sigma_{\max} = \sqrt{\frac{E.\gamma}{a_0}}$ bulunur.

Çelik için sayısal değer vererek bulmak istersek;

$E = 2,1.10^6$ kp/cm^2

$\gamma = 10^{-3}$ kp/cm^2

a_0=2,5 A° = 2,5.10^{-8} cm

Bu değerler denklemde yerine konursa ;

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\frac{E.\gamma}{a_0}}$$

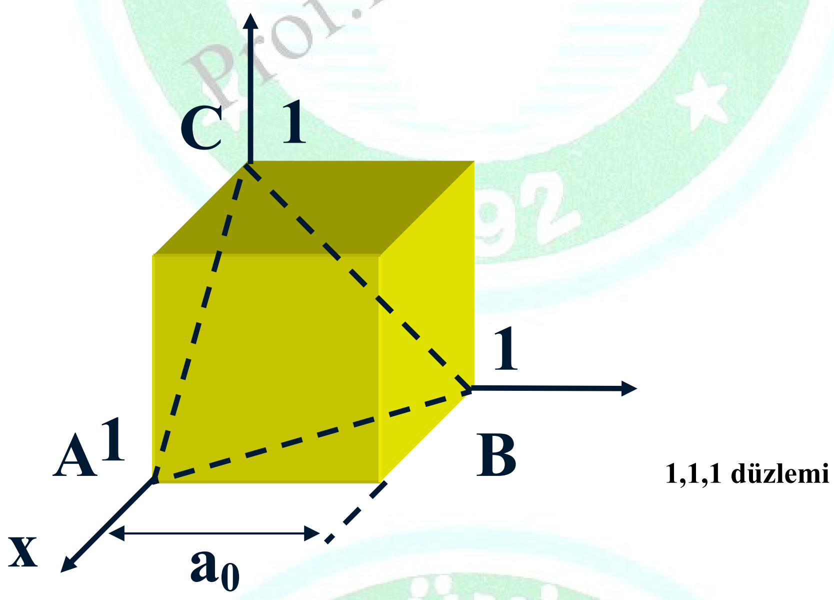
$$\sigma_{\max} = \sqrt{\frac{2,1.10^6.10^{-3}}{2,5.10^{-8}}} = 2,9.10^5 kp / cm^2$$

$$\frac{\sigma_{\max}}{E} ise \cong \frac{3.10^5}{21.10^5} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7} \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{E}{7}$$ olur

Gerçek hayatta malzemeler bu teorik mukavemetin çok altında bir değerde kırılırlar. Bunun nedeni, çatlaklar ve dislokasyonlardır. Çatlak çevresinde gerilme yığılmaları oluşur ve atomlar arası bağlar kopar.

Gevrek malzemelerde kırılmaya neden olan gerilme normal gerilme (σ) iken, sünek malzemelerde plastik deformasyona neden olan (τ) gerilmesi kırılmaya neden olur.

TEORİK KAYMA MUKAVEMETİ

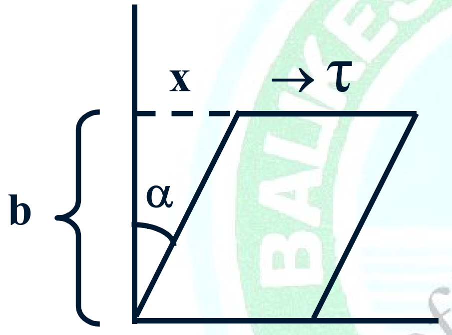


τ yeterli düzeyde olursa A atomu B'nin B de C'nin yerine geçmek suretiyle plastik deformasyon oluşur. (Şekle bak)

$\tau = K.\sin\frac{2\pi}{\lambda}.x$ şeklinde yazıazıl

Küçük yer değeğiştir ler için $\tau = K.\frac{2\pi}{\lambda}.x$ olur.

Kayma gerilmesi (τ-x) uzaklık ifadesi de ;

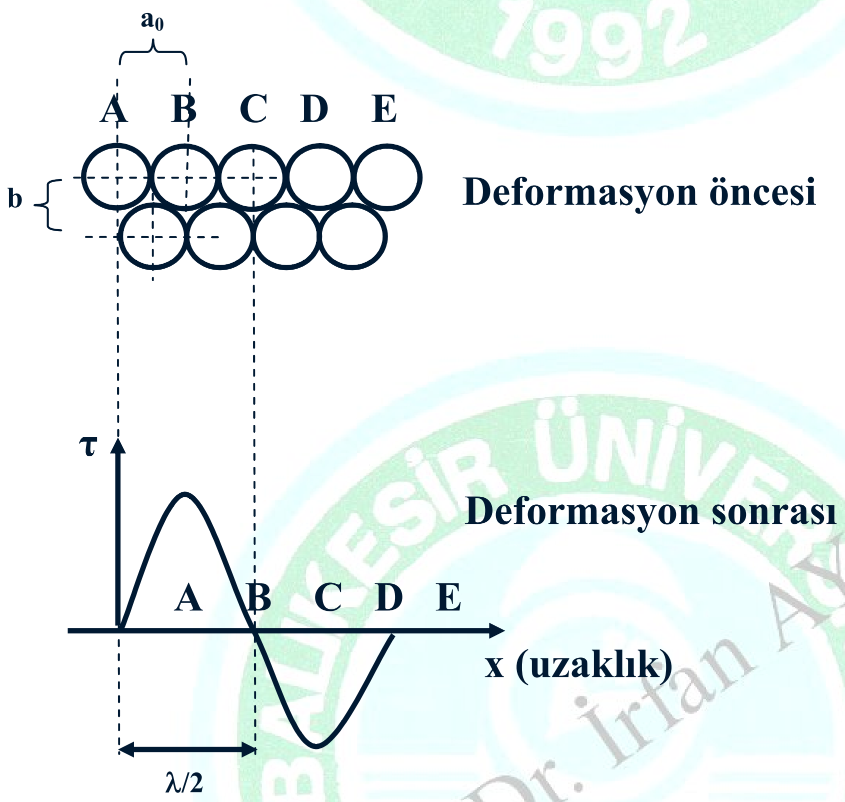


$$\tan\alpha = \frac{x}{b} = \gamma$$

$$\tau = G.\gamma \quad \text{dır}$$

$$G.\gamma = K.\frac{2\pi}{\lambda}.x \Rightarrow G.\gamma = K.\frac{2\pi}{\lambda}.b.\gamma$$

$$K = \frac{G\lambda}{2\pi b} \quad \text{yazıazıl}$$

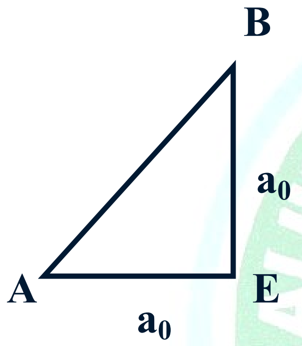


λ ve b nin değerlerini malzeme atom bilgisinden istifade ederek yazmaya çalışırsak

$$b_{(1,1,1)} = d_{(hkl)} = \frac{a_0}{\sqrt{h^2 + l^2 + k^2}} \quad \text{buradan}$$

$$b_{(hkl)} = \frac{a_0}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{a_0}{\sqrt{3}} \quad \text{olur}$$

λ için ise ;



$\overset{\Delta}{AEB}$ atom düzleminde

$$\overline{AE}^2 + \overline{EB}^2 = \overline{AB}^2$$

$$a_0^2 + a_0^2 = \overline{AB}^2 \Rightarrow 2.a_0^2 = \overline{AB}^2$$

$$AB = a_0.\sqrt{2}$$

$$\lambda = \frac{AB}{2} = \frac{a_0.\sqrt{2}}{2} \text{ olur}$$

Bu değerler formülde yerine yazılırsa ;

$$K = \frac{G.\frac{a_0.\sqrt{2}}{2}}{2\pi.\frac{a_0}{\sqrt{3}}} \text{ yazıazıl}$$

$$K = \tau_{max} = G.\frac{\sqrt{3}.\sqrt{2}}{4\pi} \text{ olur. Bu değeğe } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \text{ ile çarpıarpbölünürse}$$

$$\tau_{max} = \frac{G.\sqrt{3}.\sqrt{2}}{4\pi}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{G.\sqrt{3}.2}{4\pi.\sqrt{2}} = \frac{G}{2\pi}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{G}{2\pi}.\underbrace{\frac{1,7}{1,4}}_{\cong 1} \text{ alılınır}$$

$$\tau_{max} \cong \frac{G}{2\pi} \cong \frac{G}{2.3,14} \cong \frac{G}{6} \text{ olur}$$

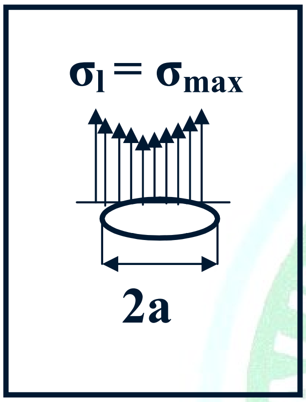
Malzemelerin teorik kayma mukavemetleri de yüksek olduğu halde çok küçük kayma gerilmelerinde deformasyona uğrarlar.

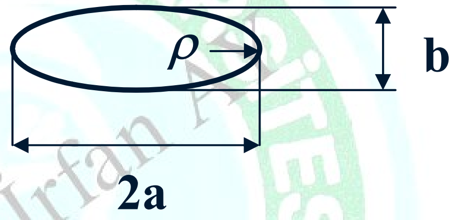
MİKRO ÇATLAĞIN MUKAVEMETİ DÜŞÜRMESİ

Lineer elastik (gevrek) malzemelerde dislokasyonlar hareketsiz olduğundan, plastik deformasyonla mukavemetin düşmesine malzeme içerisindeki çatlakların ve yarıkların sebep olduğu söylenebilir. Zira çatlak civarındaki gerilmeler, diğer bölgelere kıyasla çatlağın şekline göre daha fazla olmaktadır.

<u>KABUL:</u> Çatlak ucunda oluşan lokal gerilme, malzemenin teorik mukavemetine ulaştığı kabul edilecek. Çatlak ucunda plastik deformasyon oluşmadığı kabul edilecek.

Sonsuz geniş bir levha içinde 2a boyunda eliptik bir çatlak olsun.





σl= lokal gerilme

ρ= eğrilik yarıçapı

ρ=a olursa çatlak dairesel olur.

ρ=a$_0$ olursa en keskin çatlak olur.

'Inglis' adlı araştırıcı elips bir çatlak ucunda oluşan gerilme formülünü;

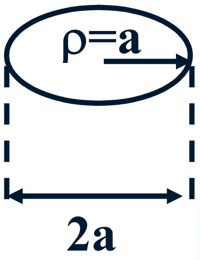
$$\sigma_l = \sigma_{\max} = \sigma_{uyg}.\left(1+\frac{2a}{b}\right) \text{ şeklinde ifade etmiştmi}$$

Eliptik bir çatlak için $\rho = \dfrac{b^2}{a}$ buradan $b = \sqrt{\rho.a}$ bulunur.

Bu değeğyerine konulursa ; $\sigma_{\max} = \left(1+\dfrac{2a}{\sqrt{\rho.a}}\right) = \sigma.\left(1+2\sqrt{\dfrac{a^2}{\rho.a}}\right)$

$\sigma_{\max} = \sigma.\left(1+2\sqrt{\dfrac{a}{\rho}}\right)$ olur.

1. ρ=a alınırsa çatlak dairesel olur.



$$\sigma_l = \sigma_{\max} = \sigma.\left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{a}}\right) = \sigma.(1+2) = 3.\sigma_{uyg}$$

$$\frac{\sigma_l}{\sigma_{uyg}} = 3 \text{ olur.}$$

2. ρ=a0 alınırsa en keskin çatlak olur.

$$\sigma_l = \sigma_{\max} = \sigma.\left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{a_0}}\right)$$

ρ küçüldükçe $\sigma_{\max}$, σ_{uyg} e göre büyüyecektir.

$\sigma_{uyg} = \sigma_{kırılm}$ dersek

$$\sigma_{kırılm} = \frac{\sigma_{\max}}{2\sqrt{\frac{a}{\rho}}} = \frac{\sqrt{\frac{E.\gamma}{a_0}}}{2\sqrt{\frac{a}{\rho}}} \Rightarrow \rho = a_0 \text{ alılının}$$

$$\sigma_{kırılm} = \sqrt{\frac{E.\gamma.\rho}{4.a_0.a}} = \sqrt{\frac{E.\gamma.a_0}{4.a_0.a}} \quad \text{buradan}$$

$$\sigma_{kırılm} \cong \sqrt{\frac{E.\gamma}{4.a}} \quad \text{elde edilir}$$

Bu değerler denklemde yerine konursa ;

E = 2,1.106 kp/cm^2

γ = 10-3 kp/cm^2

a0=2,5 A° = 2,5.10-8 cm

a=104.a0 alınırsa

$$\sigma_{kırılm} = \sqrt{\frac{2,1.10^{6}.10^{-3}}{4.(10^{4}.2,5.10^{-8}}} = \sqrt{\frac{2,1.10^{2}}{10^{-6}}}$$

$$\sigma_{kırılm} = \sqrt{2,1.10^{8}} = 1,45.10^{4} = 14500 \ kp/cm^{2}$$

$$\frac{\sigma_{kırılm}}{E} = \frac{1,45.10^{4}}{2,1.10^{6}} = \frac{1,45}{210} \cong \frac{1}{200} \Rightarrow \sigma_{kırılm} = \frac{E}{200}$$

$$2a = 2.(2,5A°) = 2(2,5.10^{-8} cm)$$

$2a = 5.10^{-8} cm = 5.10^{-9} mm \Rightarrow 2a = 5 \Rightarrow 5\mu' luk$ bir çatlak

mukavemeti $\frac{1}{200}$ (*ikiyüz*de bire) düşüşürmekdir.

GRIFFITH TEORİSİ

Griffith'e göre gevrek bir malzeme yoğun ince çatlaklar ihtiva eder bu çatlakların uçlarında gerilim yığılmaları oluşmaktadır. Çatlak ucundaki gerilmeler maksimum teorik mukavemete çabucak erişirler ve lokal olarak çatlaklar yayılmaya başlar. Yayılan çatlağın yüzey enerjisinde artma görülür. Artan bu enerjinin ilk kaynağı ise çatlak yayılırken bırakılan elastik enerjidir. Griffith çatlağın yayılmaya başladığı anı **"Elastik enerjideki azalma, yeni çatlak yüzeyi oluşturmak için gerekli olan enerji $U\gamma$ ya eşit olduğu an çatlak yayılması başlayacaktır."** şeklinde ifade etmiştir. Bu ifadeden çatlak oluşumu ve yayılması esnasında enerji dönüşümü olmaktadır.

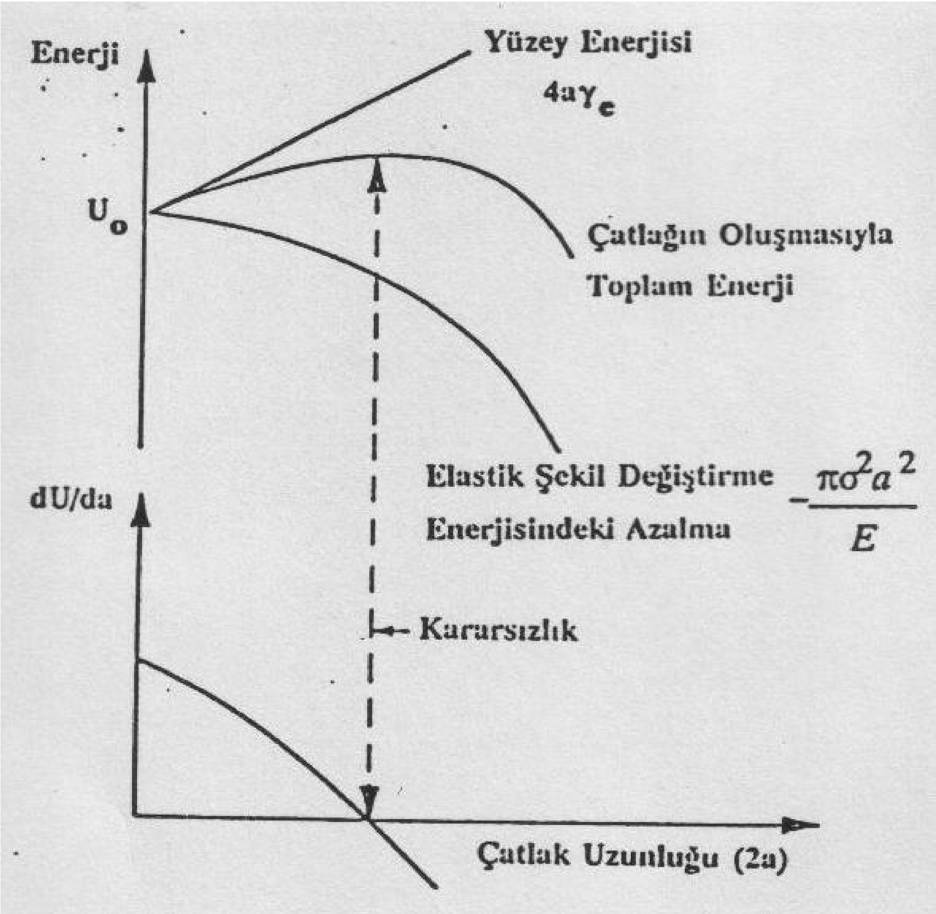
Enerji Dönüşümleri

Griffith'in modelinde lineer elastik gevrek bir malzemeyi F kuvveti zorlasın bu kuvvetin yaptığı iş W_L olsun bu kuvvet etkisi ile cisimde oluşan enerji U_E elastik enerjisidir. Bu enerji çatlağın baş tarafındaki atom bağlarını kırmak daha sonra gelen atom bağlarını kırmak için gerekli enerji demektir. Çatlağın büyümesine karşı duran enerji yüzey enerjisi $U\gamma$ dır. Toplam enerji

U_{top}= (-W_L+U_E)+Uγ

Parantez içindeki ifade mekanik enerjidir. Çatlak büyüdükçe mekanik enerji azalacaktır. Buna karşılık artacaktır. Mekanik enerji çatlak büyümesine yardımcı olurken $U\gamma$ çatlağın

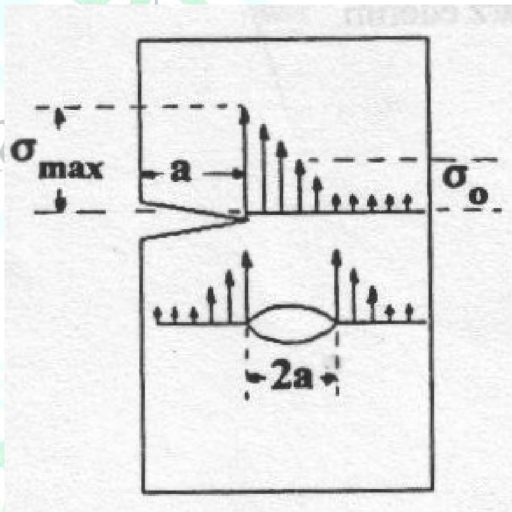
büyümesine karşı duracaktır. Denge halinde olı $\frac{dU}{da} = 0$ 3u sözlü ifadeleri grafiğe aktarırsak ;



Diyagramdan görüldüğü gibi Uγ çatlak boyu ile lineer olarak artar. Sistemin giriş enerjisi olduğundan artı (+) değerlidir. Çatlak yüzey oluşurken U_E enerjisi salıverileceğinden eksi (-) değerdedir. Sistemin toplam enerjisinde çatlak uzunluğu

1. **0<a<a*** ise sisteme enerji verilir. Çatlak kararlı şekilde büyür.
2. **a=a*** ise çatlağın kararlı büyümesi sona erer.
3. **a>a*** ise çatlak kararsız büyür ve sistemin enerjisi bırakılır.

Bu açıklamaların analitik ifadelerini yazmak için Griffith'in düşündüğü ince bir plakada kenar çatlak uzunluğu a , içteki çatlak uzunluğu 2a olan bir çatlak düşünelim.



Çatlağın büyümesini sağlayan mekanik enerji elastik enerji ; $U_E = \left(\frac{\pi . a^2 . \sigma^2}{E}\right)$ dir.

Çatlağın büyümesine karşı duran yüzey enerjisi ;

$U\gamma = 2.(2a\gamma) = 4a\gamma$ şeklinde ifade edilir.

a=a* olduğunda; $U\gamma$ daki artış U_E 'deki azalma ile dengelenecektir.

Enerji Bırakma Hızları

Enerji ifadelerinin çatlak boyu a'ya göre birinci türevleridir.

$$\frac{dU_E}{da} = -\left(\frac{2.\pi.a^2\sigma^2}{E}\right)$$

$$\frac{dU_E}{da} = G = -\frac{2\pi a\sigma^2}{E} \text{ olur.}$$

$$\frac{dU\gamma}{da} = 4\gamma \qquad \frac{dU\gamma}{da} = R = 4\gamma$$

a=a* halinde G=R olur.Denge durumu kritik bir andır. Bu bağıntıdan kritik çatlak boyunu ve kritik gerilmeyi bulabiliriz.

$$\frac{\pi\sigma^2 2a}{E} = 4\gamma$$

$$\text{Kritik çatlak boyu}: 2a_{kr} = \left(\frac{4E\gamma}{\pi\sigma^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Kritik Gerilme}: \qquad \sigma_{kr} = \frac{2E\gamma}{\pi a}$$

her iki ifadedeki E yerine ;

1. Düzlem Gerilme

(Plane stress) şartlar için ⇒ E=E

2. Düzlem şekil değiştirme

(Plane strain) şartlar için ⇒ $E = \frac{E}{1-\nu^2}$ dir

Kritik gerilme formülüne bakarsak:

yazabiliriz.

$$\sigma\sqrt{\pi * a} = (2E\gamma)^{1/2}$$

Denklemin sağ tarafı malzemenin karakteristiklerini belirtir. Boyut değerlerine bağlı değildir. Sol tarafı ise boyuta bağlıdır. Yani çatlağın kararsız yayılması için a'nın a_{kr}'ne, σ'nında σ_{kr} 'e erişmesi gerekir yada G=R hali denge, **G > R kararsız yayılma** değeridir.

Gerilme Şiddeti Faktörü:

Çatlak ucundaki gerilim şiddeti faktörü K ile gösterilir ve değeri;

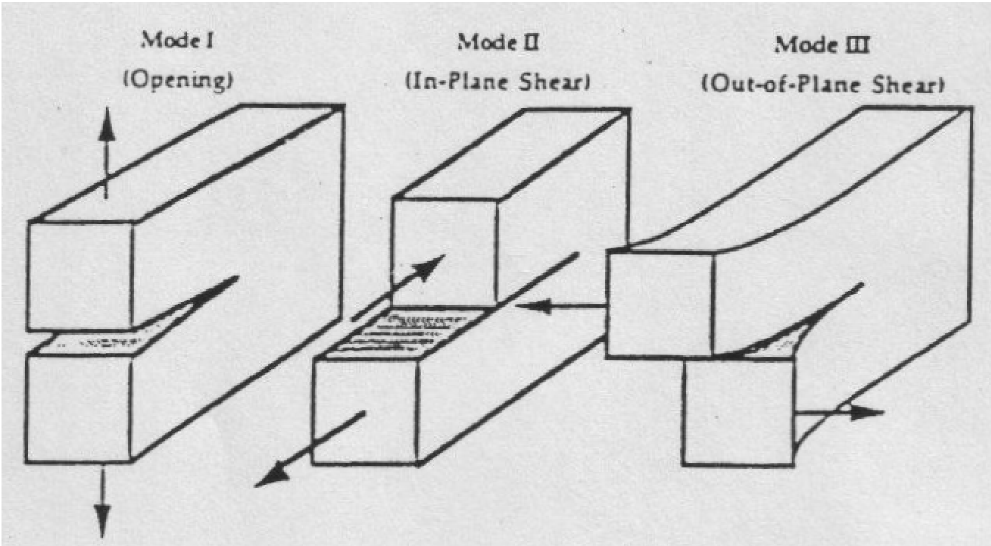
$K = \sigma\sqrt{\pi a}$ dir.

Bu bağıntı sonlu büyüklükteki malzemelere ve değişik çatlak geometrilerine uyabilmesi için

düzeltme faktörü fonk $\left(\frac{a}{b}\right)$e ihtiyaç vardır. O zaman K ;

$$K = \sigma\sqrt{\pi.a.\text{fonk}\left(\frac{a}{b}\right)}$$

Çatlaklığın açılması genel olarak 3 değişik MOD' da olur.



En sık rastlanan MOD I tipidir.

KONU İLE İLGİLİ ÖRNEK PROBLEMLER

PROBLEM 1:

Bu problem, gevrek kırılmanın kırılma mekaniği kriteri ile geleneksel katı malzemelerin akma kriteri yaklaşımı kullanıldığında oluşacak hasar için yapılacak tasarımlar arasında ki farkı göstermek için yazılmıştır.

6.1 m çapında 25.4 mm cidar kalınlığında bir silindirik basınçlı kap, 17.5 MPa 'lık iç basınca eriştiğinde çatırdıyarak kırılmaya maruz kalmıştır.

Basınçlı kap çelik malzemesinin,

E= 210 MPa

σ_{ak}=2450 MPa

G_c=131 kJ / m^2 olarak verilmiştir.

a) Eğer Von Misses kriteri tasarım amacı ile kullanılmışsa hasarın beklenmeyeceğini gösterin?

Örnek $(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2 \leq 2\sigma_{ak}^2$

b) Griffith analizi esas alındığında, çalıştığınız durumdaki hataya neden olacak çatlak boyutunu tayin ediniz?

ÇÖZÜM 1:

Burada önceden 2 varsayım yapılmıştır. Birincisi fabrikasyon ve kötü bir kusurun önceden var olması ile ilişkilidir. Bu basınçlı kap, hem dairesel hem de uzunlamasına gerilmelere dik şekilde çalışan kaynaklı levhalardan yapılmıştır. Dairesel gerilme maksimum asal gerilme kabul edilirken, kusurun bu gerilme yönüne dik olduğu kabulü yapılmalıdır. İkinci olarak, poisson oranı burada verilmemesine karşılık 25.4 mm'lik levha epeyce kalın bir levhadır ve gerilme halinde plane – strain (kalın parça halinde) yakın olduğu varsayılan, bu nedenle poisson oranı υ=0.3 olanak alınmalı ve plane - strain şartlarının uygulandığı farz edilmelidir.

a) İnce cidarlı basınçlı kap teorisi kullanarak, Von Misses kriterinde 3 asal gerilmeyi bulmaya ihtiyacımız vardır.

$$\sigma_1 = \frac{p.D}{2t} \qquad \sigma_2 = \frac{p.D}{4t} \qquad \sigma_3=0 \quad \text{(eğer t/D=1/20 ise)}$$

Buradan,

$$\sigma_1 = \frac{17.5.6100}{2.25.4} = 2101 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{17.5.6100}{4.25.4} = 1050 \text{ MPa}$$

bulunan bu değerlerle Von-Mises kriterinde yerine konulursa,

$(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2 \leq 2\sigma_{ak}^2$

$(2101-1050)^2 + (1050-0)^2 + (0-2101)^2 \leq 2.2450^2$

Buradan $6.62\ 10^6 \leq 1.20\ 10^7$ bulunur.

Kriterinin sağlanması sebebiyle akma esas alındığında hata meydana gelmeyeceği umulmaktadır.

b) Eğer Griffith formülünü kullanacak olursak hataya sebep olacak kritik çatlak boyutunu belirlemek istersek;

$$\sigma_f = \left[\frac{G_c.E}{\pi.a.(1-\vartheta^2)} \right]^2$$

Buradan değerler yerine konursa,

$$a_c = \left[\frac{131.10^3.210.10^9}{\pi(2101.10^6)^2.(1-0.3^2)} \right] \text{m}$$

buradan,

a_c=2.18 mm bulunur.

PROBLEM 2:

Bu soru sizin Griffith teorisini anlayıp anlayamadığı tespit edecek olan bir sorudur, ve bu alanda tipik bir imtihan sorusudur.

Griffith teorisi, çatlak büyümesi esnasında enerji bırakma hızı istenen kritik enerji hızına eriştiği zaman gevrek kırılma olduğunu ileri sürer. Bu konuda orijinal analiz, cam gibi tam gevrek malzemelerde yapılır.

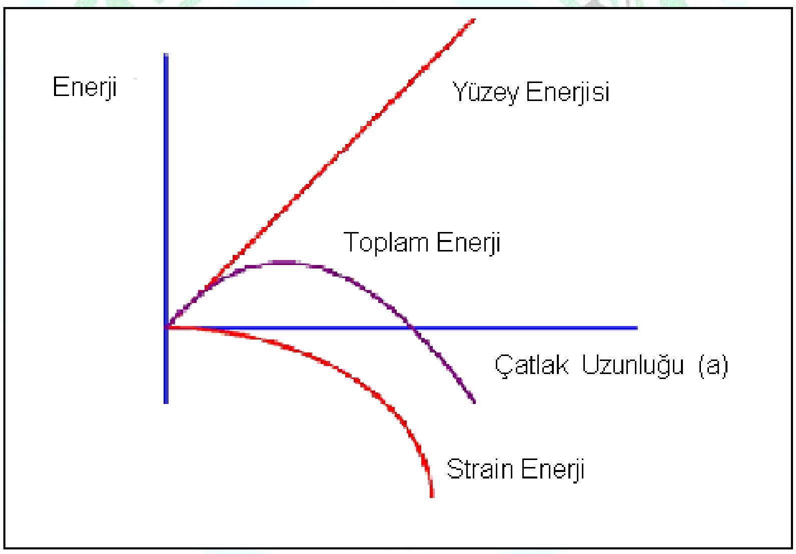
a) Bir çatlak büyürken, potansiyel enerjinin nasıl bırakıldığı, yüzey enerjisindeki gerekli değişikliğin nasıl olduğunu gösteren bir diyagram inceleyiniz?

b) Çatlak boyunun uzaması ile ilgili R ve G parametrelerindeki değişmeleri kısaca tarif edip diyagramı çiziniz. R ve G parametrelerini tanımlayınız?

c) R ve G terimleri ile kırılma için ne gibi kritik şart vardır belirleyiniz?

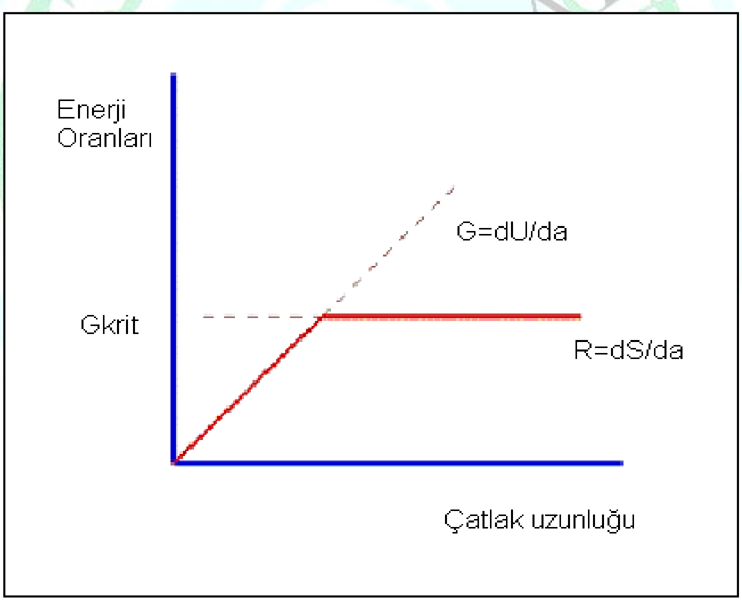
ÇÖZÜM 2:

a) Griffith kırılmanın şiddeti ile ilgilidir ve azar azar artan çatlak büyümesi ile enerji değişimini göz önüne alın. Gittikçe artan çatlak uzamasına maruz kalan yük ile yüklü bir gevrek cisim için, yalnızca enerji değişimlerine katkı, iki tane yeni kırılma yüzeyi doğuran enerji (iki yüzey / çatlak ucu) ve cisimdeki potansiyel enerjideki değişmelerdir. Yüzey enerjisi terimi (S) çatlak büyümesinde absorbe edilen enerjiyi simgeler. (U) ise depolanmış strain enerjisini ifade eder ve çatlak uzarken bırakılan enerjidir (yeni kırılma yüzeylerine komşu yüksüz bölgelerden dolayı). Yüzey enerjisinin birim alan başına sabit bir değeri vardır. (veya cisim birim kalınlık için birim uzunluğu) ve bu yüzden enerjisi, çatlak uzunluğunun lineer bir fonksiyonudur. Çatlak büyümesi esnasında bırakılan depolanmış strain enerjisi, çatlak uzunluğunun bir parabolik fonksiyonudur. Bu değişiklikler, aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



b) Griffith teorisinin geliştirilmesinde son adım çatlak uzaması ile enerji değişim hızının göz önüne alınmasıdır. Çünkü Kritik şart, toplam enerji ifadesindeki maksimum noktaya karşılık gelir. Örnek dW/da =0. Buradan a=a*. Çünkü çatlak, bu değerden daha fazla uzar (verilen bir uygulama gerilmesi altında). Cisim daha düşük bir enerji seviyesinde olacaktır ki bu istenen en uygun bir haldir ve bundan dolayı da hızlı kırılma (gevrek) oluşur. dS/da=0 olur. Ve Aşağıda eğri enerjisi hızları veya (a) çatlak boyu ile ilgili G= dU/da ve dS/da ‘yı gösterir.

Burada R, çatlağın büyümesine karşılık gelen direnç ifadesi (dS/da) ; G, Strain enerji bırakma hızı (G=dU / da) dır.



c) Kırılma oluştuğu zaman R=G dir, ve G=G_{crit} yazabiliriz. Yani G değeri strain enerji bırakmanın kritik değerine erişmiş demektir. Bu değer, R değerine eşittir. Bundan dolayı G_{crit} değeri malzemenin kırılma tokluğu değerini gösterir.

PROBLEM 3:

Bu problem, malzemelerin işlenmesinde kırılma mekaniğinin kullanımını göstermektedir, ve ilgili parçadaki kusurun pozisyonunu ve kusurun kritik büyüklüğü hakkında biraz düşünmeyi gerekli kılar.

Taşlama taşı, yüksek sıcaklık ve basınçta "alümina" tozu ile sinterlenir ve sıkıştırılır sonrada işlenir. Toz, tekerlek taşında sonradan kusur yaratmasın diye impurite (istenmeyen yabancı partiküller) 'den sıkıştırma işlemi öncesi elekten geçirilir. Böylece arta kalan 'impuriteler' elek mesh ölçüsü veren boyutla ilişkilidir. Özel "alümina tekerlek" in yoğunluğu 3800 kg/m^3 , delik çapı 140 mm ve dış çapı 1.0 m 'dir ve 3000 dev/dak ile dönmektedir.

Tekerlekte max. Gerilme;

$$\sigma = \left[\frac{\rho.\omega^2}{4}\right].\left[(1-\nu).R_1^2 + (3+\nu).R_2^2\right] \quad \text{N/m}^2$$

formülü ile verilir.

ρ : Tekerlek malzemesinin yoğunluğu

ω : Radyal olarak dönme hızı

υ : Poisson oranı (υ:0.3)

R_1 : İç delik yarıçapı

R_2 : Dış yariçapı

Tekerlek 3000 dev/dak çalışırken, kritik kusur boyutuna ulaşması için 2 kat emniyetli alınmış olsa, bu şartlarda müsaade edilebilecek elek mesh boyutu (bu elekten geçecek impurite parça boyutu) nu hesapalayın?

Not: Bu problem için kırılma tokluğu R:0.10 Kj/m^2 ve E: 371 GPa alınacaktır. Plane –Strain (Kalın bir parça olarak) şartları ele alınacaktır.

ÇÖZÜM 3:

Burada yapmamız gereken, ihtiyacımız olan şey tekerlekteki max gerilmeyi bulmak ve bu gerilmeye karşılık gelen kritik olacak çatlak tipini belirlemektir. Çatlak tipinin önemi Griffith denkleminde (a)=(a_{cr}) değerine ulaşacağından artar, ve gömülü çatlaklar için (2a) yüzey çatlakları için (a) terimleri göz önüne almak zorundayız. Bundan dolayı eğer mesh(elek) gömülü çatlakların boyutunda ise yüzeyde böyle bir kusur oluşmuşsa, derhal kırılma oluşacaktır. Buradan da elek kritik değere sahip olan yüzey kusurunu esas alarak boyutlandırılacaktır.

$$\sigma = \frac{3800.(\frac{3000.2\pi}{60})^2}{4}.((1-0.3).(0.07)^2 + (3+0.3).(0.5)^2)$$

Sonuçta $\sigma = 77.67$ MPa bulunur.

Plain-Strain şartı için Griffith denklemini kullanırsak;

$$G_C = R = \frac{\pi.(1-\nu^2).\sigma^2.\alpha}{E}$$

$$a = \frac{E.R}{\pi.\sigma^2.(1-\nu^2)}$$

$$a = \frac{371.10^9.(0.1).10^3}{\pi.(77.67.10^6)^2.(1-\nu^2)}$$

a=2.2 mm

bulunur.

Çatlak boyu olarak 2 kat emniyet faktörü esas alınması istendiğinden çatlak boyu 1.1 mm ‘den daha büyük olmamalıdır.

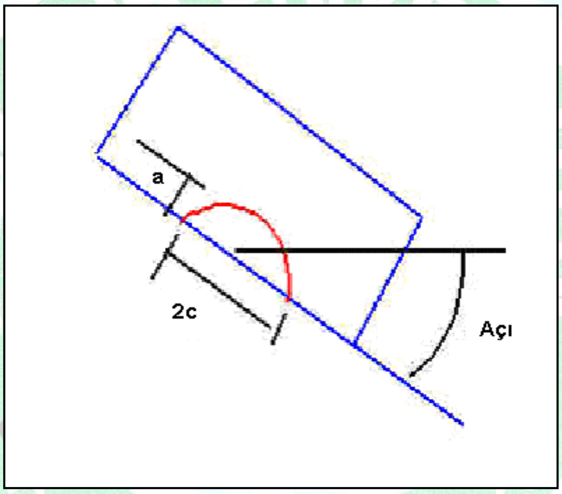
PROBLEM 4:

Bu soru yüzey kusurlarının kritik halini değerlendirmek ve niçin yarı küçük eksen kullanıldığını denemek için tasarlanmıştır. Geometrik düzeltme faktörleri tablosunu yorumlamada bazı düşüncelere gerek vardır. Bu zaten apaçık meydandadır.

İnce yaprak yay, tek yönlü eğilirse, çekme yüzeyinde yarı-elips şeklinde çatlak gelişir. Çatlağın $\left(\frac{2c}{a}\right)$ oranı 0.2 dir. Çatlağın düzlemi, uygulanan eğme gerilme yönüne diktir. Yay tekrarlı sapmaya maruz kalırken çatlak, yorulma ile büyür.

Aşağıdaki tabloda verilen K çözümünü ve çekme yükü için geometrik düzeltme faktörlerini kullanarak, çatlağın elipslilik oranının azalacağını mı?, yoksa artacağını mı? tayin ediniz, Aşağıdaki şekil çatlak geometrisini göstermektedir.

$$K = \frac{Y.\sigma.\sqrt{\pi.a}}{\phi}$$



ϕ	a/c	Açı	Y			
			a/B			
			0.2	0.4	0.6	0.8
1.051	0.2	0^o	0.617	0.724	0.899	1.190
		45^o	0.990	1.122	1.384	1.657
		90^o	1.173	1.359	1.642	1.851
1.151	0.4	0^o	0.767	0.896	1.080	1.318
		45^o	0.998	1.075	1.247	1.374
		90^o	1.138	1.225	1.370	1.447
1.277	0.6	0^o	0.916	1.015	1.172	1.353
		45^o	1.024	1.062	1.182	1.243
		90^o	1.110	1.145	1.230	1.264
1.571	1.0	0^o	1.174	1.229	1.355	1.464
		45^o	1.067	1.104	1.181	1.193
		90^o	1.049	1.062	1.107	1.112

ÇÖZÜM 4:

Bu problem, yukarıdaki tabloda görülen (Y) değerinin kontrol edilmesiyle çözülebilir. Aslında, bir çatlak, gerilme şiddeti faktörü (K) değerinin en yüksek (Bu eğriden log (da/dn 'ye karşılık yorulma çatlağı büyüme hızı ile ilişkisinden kolayca gözlenir.) olduğu yerdeki yorulma anında en hızlı şekilde büyüyecektir. Hem çatlağın şekli (Φ) hem de sonlu geometri (Y) nin gerilim şiddeti faktörü (K) üzerinde etkileri olmasına rağmen $\frac{a}{c}\langle 0.6, 0.2\langle\frac{a}{b}\langle 0.6$ ve (Y) değeri hepsi için 90 ^{0} 'de en yüksek olacaktır. $\left(\frac{a}{b}\right)$ değeri (1.0) 'a yakınken bu (Y) değeri değişir ve en yüksek (Y) değeri açı (0 ^{0}C) 'ye karşılık gelir. Tablodaki sütunlarda bu görülebilir. Buradan $\frac{a}{c}=0.6$, $\frac{a}{b}=0.8$ ve tüm sütunlarda $\frac{a}{c}=1.0$ görülür.Bu sınırlamanın kaybına karşılık, çatlak önünün serbest yüzey yaklaşımının (numunenin arka yüzü) dan dolayı oluşur. Böylece, (Y) değeri verilerinin yorumu , sabit çatlağın, değişken çatlağa oranı $\left(\frac{a}{c}\right)$ 'nın yaklaşık 0.8 (interpolasyonla 0.6 ile 1.0 arası) eşit olacağı şeklindedir.

Pratikteki bu oluşum çok sayıda deneysel çalışma ile gösterilmiştir.

Not edilmelidir ki, eğme olayında çatlakların durumu, çekmedekinden biraz farklıdır.

Biz başlangıçta yayın kalınlığı ile çatlağı kıyasladığımızda çatlağın küçük olmasından dolayı çekme olduğunu farz ettik ve böylece makul bir düzgün gerilme alanında çatlağın büyük olduğunu farz ettik. $\left(\frac{a}{b}\right)$ oranı 1'e doğru giderken, bu açıkça yanlıştır. Soru bize hesaplanan (K) değerleri için kritik çatlak uzunluğun niçin yarı-minör ekseni alındığını göstermektedir.